Thiết kế bài giảng

Đại số - Giải tích

11

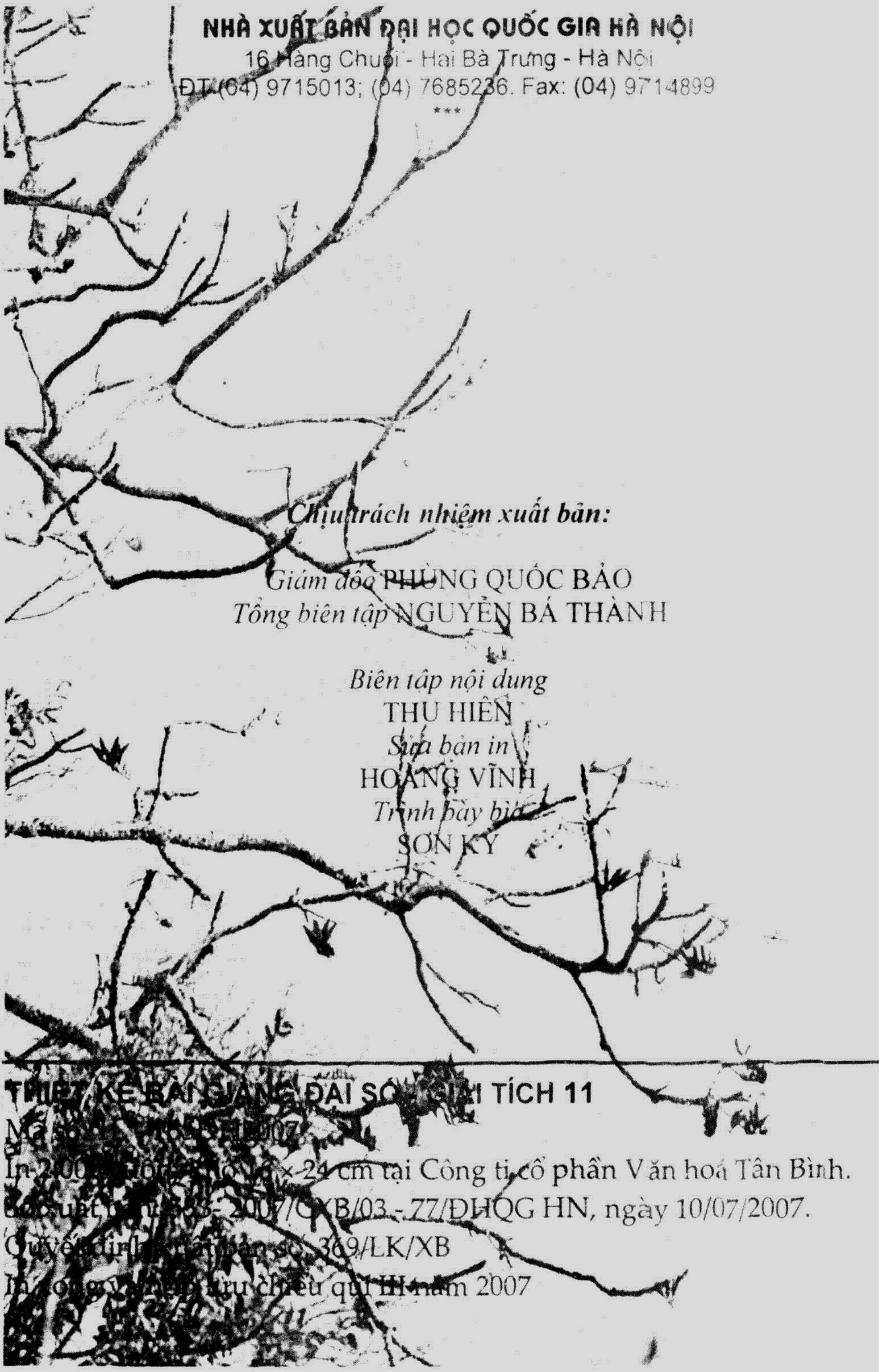
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN ANH NGỌC
HOÀNG DANH TÀI - ĐẶNG XUÂN HÀO

Thiết kế bài giảng 11
Đại số - Giải tích

SÁCH GIÁO VIÊN

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội
ĐT: (04) 9715013; (04) 7685236. Fax: (04) 9714899
***

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc PHÙNG QUỐC BẢO
Tổng biên tập NGUYỄN BÁ THÀNH

Biên tập nội dung
THU HIỀN
Sửa bản in
HOÀNG VĨNH
Trình bày bìa
SƠN KỲ

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG ĐẠI SỐ [illegible] GIẢI TÍCH 11
Mã số: [illegible] 2007
In [illegible] cm tại Công ti cổ phần Văn hoá Tân Bình.
Số xuất bản: [illegible]- 2007/CXB/03 - 77/ĐHQG HN, ngày 10/07/2007.
Quyết định xuất bản số: 369/LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quí III năm 2007

LỜI NÓI ĐẦU

Toán học là công cụ không thể thiếu trên con đường đi đến tri thức và tư duy khoa học tự nhiên. Ngoài ra, lógic toán còn là đích phải đến của các môn khoa học xã hội. Dạy Toán thực chất là dạy hoạt động Toán học nhằm phát huy tính tích cực học tập của học sinh, tăng cường khả năng tự học, tự khám phá những điều mình chưa biết, chứ không phải thụ động tiếp nhận những tri thức đã sắp đặt sẵn.

Muốn đạt được hiệu quả cao trong dạy học môn toán, giáo viên cần phải phát huy tính tích cực của học sinh bằng cách tạo ra cho các em nhu cầu hứng thú học tập thay cho việc truyền đạt cho học sinh lượng kiến thức "thầy đọc, trò chép", muốn vậy giáo viên phải gợi mở cho học sinh khám phá tri thức, kích thích tính tò mò, ham hiểu biết. Để làm được điều đó, thì đổi mới phương pháp dạy học phải là việc làm thường xuyên của mỗi giáo viên dạy toán.

Nhằm cung cấp cho giáo viên những tài liệu tham khảo về nội dung và phương pháp dạy học sao cho đạt được hiệu quả tốt nhất, chúng tôi trân trọng giới thiệu cuốn sách "***Thiết kế bài giảng đại số - giải tích 11***". Cuốn sách được soạn theo chương trình sách giáo khoa nâng cao của Bộ Giáo dục và Đào tạo phát hành năm 2007.

Nội dung của cuốn sách có thể xem là tài liệu tham khảo được đúc kết từ thực tiễn dạy học gần 25 năm của chúng tôi cùng với những ý tưởng về đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy chủ thể năng động sáng tạo của học sinh. Cuốn sách có tác dụng gợi mở các cách thức, con đường khác nhau để tạo điều kiện sáng tạo cho người đọc. Trong phạm vi cuốn sách chỉ giới thiệu một cách thiết kế bài học, đây là giáo án để tham khảo, gợi ý mà hoàn toàn không là giáo án mẫu. Vì vậy nhóm biên soạn mong nhận được những ý kiến đóng góp, bổ sung của các thầy cô giáo cũng như các em học sinh để hoàn thiện hơn trong các lần in sau.

Mọi góp ý xin gởi về:

- Trung tâm sách giáo dục Alpha - 225^{C} Nguyễn Tri Phương, P,9, Q.5, Tp. HCM. ĐT: (08) 8107718, 8547464, 0903701650.
- Email: alphabookcenter@yahoo.com

Xin trân trọng cám ơn!

Các tác giả

Chương I

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Nhiều hiện tượng tuần hoàn đơn giản trong thực tế được mô tả bởi các hàm số lượng giác. Chương này sẽ cung cấp những kiến thức cơ bản về các hàm số lượng giác và cách giải các phương trình lượng giác đơn giản.

§1. CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

- Phát biểu được định nghĩa, nêu được sự biến thiên và vẽ được đồ thị của các hàm số lượng giác: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.
- Phát biểu được định nghĩa về hàm số tuần hoàn.

b) Về kĩ năng:

Học sinh rèn luyện được các kĩ năng vận dụng các kiến thức về các hàm số lượng giác để khảo sát sự biến thiên, vẽ đồ thị, xét tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác

II. CHUẨN BỊ

- Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập
- Học sinh đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

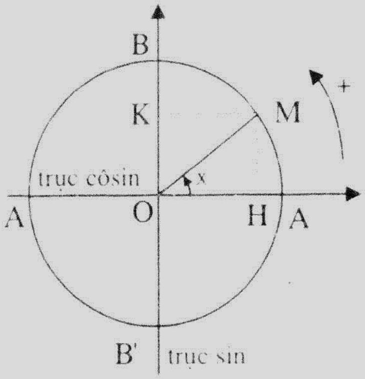
Bài mới:

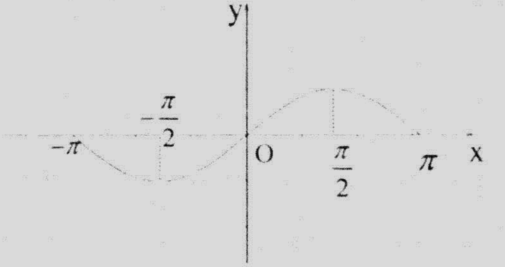
Hoạt động 1: **Tìm hiểu các hàm số y = sinx và y = cosx**

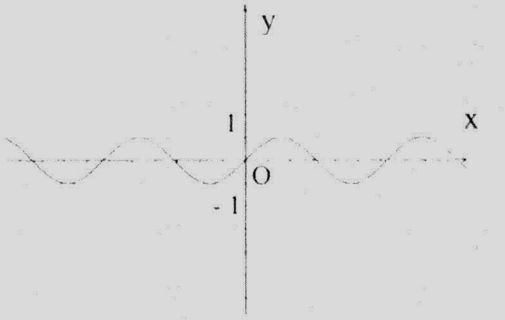
Phiếu học tập số 1

Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm tuần hoàn? Tìm chu kì của chúng (nếu có)?

1. $y = \sin 4x$
2. $y = 2\sin x - \cos x$
3. $y = 3\sin x + x$
4. $y = \sin x + 2x\cos x$
5. $y = 6\cos(3x + 5)$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời câu hỏi H1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời. + Giáo viên nhận xét.	*1. Các hàm số y = sinx và y = cosx*  B K M + trục côsin x A O H A B' trục sin
– Giáo viên phát biểu định nghĩa hàm số y = sinx y = cosx. + Cá nhân học sinh tiếp thu, ghi chép. – Giáo viên hỏi học sinh: Tìm tập xác định của các hàm số y = sin x, y = cosx? + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời: R – Giáo viên viết biểu thức biểu diễn định nghĩa các hàm số y = sin x, y = cosx lên bảng. – Giáo viên yêu cầu học sinh nhận xét về tính chẵn, lẽ của các hàm số y = sin x, y = cosx. + Học sinh suy nghĩ và trả lời.	*a) Định nghĩa* + Quy tắc cho tương ứng mỗi số thực x với sin của góc lượng giác có số đo radian bằng x được gọi là hàm số sin, kí hiệu là y = sinx. + Quy tắc cho tương ứng mỗi số thực x với côsin của góc lượng giác có số đo radian bằng x được gọi là hàm số côsin, kí hiệu là y = cosx. $\sin: R \to R$ $\quad$ $\cos: R \to R$ $x \mapsto \sin x$ $\quad$ $x \mapsto \cos x$ + Hàm số y = sinx là một hàm lẻ vì: $\sin(-x) = -\sin x \ \forall x \in R$. + Hàm số y = cosx là một hàm chẵn vì: $\cos(-x) = \cos x \ \forall x \in R$.

<table>
<tr>
<td>– Giáo viên hướng dẫn học sinh khảo sát tính tuần hoàn của các hàm số y = sinx, y = cosx.</td>
<td><i>b) Tính tuần hoàn của các hàm số $y = sinx$, $y = cosx$</i>
– Hàm số y = sinx tuần hoàn với chu kì 2π, hàm số y = cosx tuần hoàn với chu kì 2π.</td>
</tr>
<tr>
<td>– Giáo viên hướng dẫn học sinh khảo sát sự biến thiên của hàm số y = sinx:
+ Giáo viên: Do hàm số y = sinx là hàm tuần hoàn với chu kì 2π nên ta chỉ cần khảo sát hàm số đó trên một đoạn có độ dài 2π, chẳng hạn trên đoạn $[-\pi; \pi]$.
– Giáo viên hướng dẫn học sinh vẽ đồ thị hàm số y = sinx:
+ Giáo viên hỏi học sinh: Trên đoạn:$[-\pi; \pi]$ đồ thị hàm số y = sinx có tính chất gì?
+ Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời.
+ Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.
– Giáo viên thông báo: Đồ thị hàm số y = sinx trên R được suy ra bằng cách tịnh tiến phần đồ thị trên song song trục Ox các đoạn có độ dài $k2\pi$.
– Giáo viên hướng dẫn học sinh rút ra một số đặc điểm của hàm y = sinx.
+ Tìm tập giá trị của hàm số y = sinx?
+ Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số y = sinx?</td>
<td><i>c) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số $y = sin\,x$</i>
– Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\pi$</td><td></td><td>$-\frac{\pi}{2}$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$\frac{\pi}{2}$</td><td></td><td>π</td></tr>
<tr><td>y= sinx</td><td>0</td><td>↘</td><td>− 1</td><td>↗</td><td>0</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>0</td></tr>
</table>
Do hàm số y = sinx lẻ nên lấy đối xứng đồ thị hàm số trên đoạn $[0; \pi]$ qua gốc toạ độ O ta được đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; 0]$. Từ đó ta có đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$:



</td>
</tr>
</table>

Nhận xét:

– Tập giá trị của hàm số y = sinx là: [−1; 1]

– Hàm số y = sinx đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi; \frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k \in Z$

– Hàm số y = sinx nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi; \frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k \in Z$

– Giáo viên hướng dẫn học sinh khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số y = cosx:

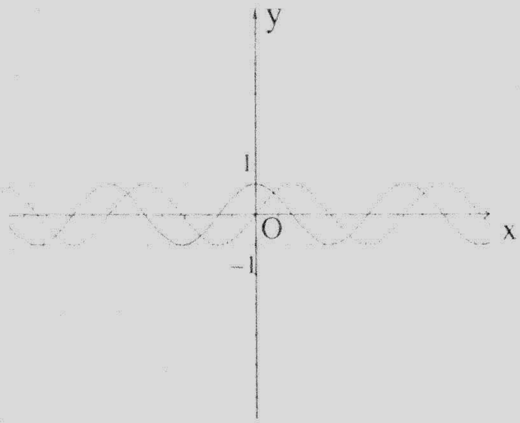
+ Giáo viên hỏi học sinh. Đồ thị hàm số y = cosx được suy ra từ đồ thị hàm số y = sinx bằng cách nào?

+ Học sinh thảo luận theo nhóm, trả lời câu hỏi của giáo viên.

+ Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.

d) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số y = cosx

+ Vì $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ nên đồ thị hàm số y = cosx được suy ra từ đồ thị hàm số y = sinx bằng cách tịnh tiến nó sang trái một đoạn có độ dài $\frac{\pi}{2}$.



+ Từ đồ thị hãy lập bảng biến thiên của hàm số y = cosx trên đoạn [−π; π].

+ Học sinh thảo luận theo nhóm và lập bảng biến thiên.

Bảng biến thiên

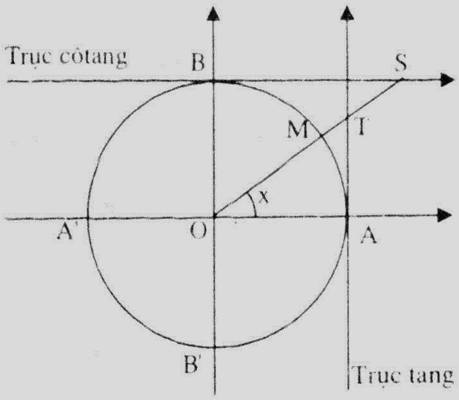
x	−π		0		π
y = cosx	−1	↗	1	↘	−1

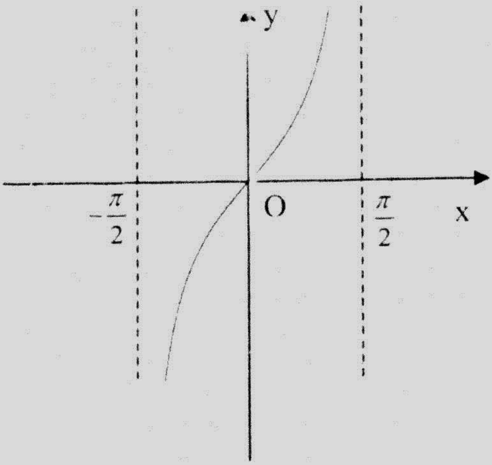
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H4. + Học sinh thảo luận theo nhóm và trả lời. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.	Nhận xét: – Tập giá trị của hàm số y = cosx là: $[-1; 1]$
– Giáo viên: Tìm tập giá trị của hàm số y = cosx? Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời.	– Đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.
– Nhận xét về đồ thị của hàm số y = cosx? Tìm trục đối xứng của nó? Học sinh thảo luận theo nhóm và trả lời. – Giáo viên yêu cầu học sinh xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm y = cosx? + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức. – Giáo viên yêu cầu học sinh làm các bài tập ở phiếu học tập số 1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	– Hàm số y = cosx đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi;\ k2\pi), k \in Z$ – Hàm số y = cosx nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi;\ \pi + k2\pi), k \in Z$

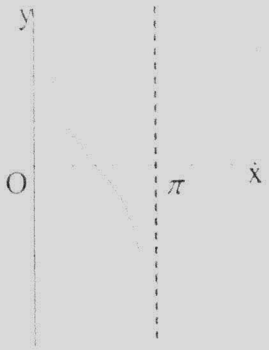
Hoạt động 2: **Các hàm số y = tanx và y = cotx**

Phiếu học tập số 2

+ Định nghĩa hàm số y = tanx.
+ Quy tắc đặt tương ứng của hàm số y = tanx.
+ Tính chẵn lẻ và quy luật đồng biến, nghịch biến của hàm số y = tanx.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phát biểu định nghĩa hàm số y = tanx. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên: Tìm tập xác định của y = tanx? Học sinh suy nghĩ và trả lời – Giáo viên: Có thể viết gọn lại hàm số này như thế nào? + Học sinh suy nghĩ và trả lời + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	Định nghĩa: Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực $x \in D_1 = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in Z \right\}$ với số $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ được gọi là hàm số tang, kí hiệu là y = tanx $\tan: \mathscr{D}_1 \to R$ $x \mapsto \tan x$
– Giáo viên phát biểu định nghĩa hàm số y = cotx. HS tiếp thu, ghi nhớ. – Giáo viên yêu cầu học sinh tìm tập xác định của y = cotx? Học sinh suy nghĩ và trả lời – Giáo viên: Có thể viết gọn lại hàm số này như thế nào? – Giáo viên yêu cầu học sinh xét tính chẵn, lẻ của các hàm số y = tanx và y = cotx.	Định nghĩa: Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực $x \in D_2 = R \setminus \{ k\pi \mid k \in Z \}$ với số $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ được gọi là hàm số côtang, kí hiệu là y = cotx $\cot: \mathscr{D}_2 \to R$ $x \mapsto \cot x$  Trục côtang B S M T x A' O A B' Trục tang – Hàm số y = tanx là hàm số lẻ. – Hàm số y = cotx là hàm số lẻ.

+ Học sinh thảo luận theo nhóm và rút ra kết luận. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá tri thức.	
– Giáo viên hướng dẫn học sinh khảo sát tính tuần hoàn của các hàm số y = tanx, y = cotx.	– Hàm số y = tanx tuần hoàn với chu kì π: $\tan(x + T) = \tan x \quad \forall x \in \mathscr{D}_1$ – Hàm số y = cotx tuần hoàn với chu kì π: $\cot(x + T) = \cot x \quad \forall x \in \mathscr{D}_2$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số y = tanx: + Giáo viên định hướng cho học sinh: Do hàm số y = sinx là hàm tuần hoàn với chu kì π nên ta chỉ cần khảo sát hàm số đó trên một đoạn có độ dài π, chẳng hạn trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \subset \mathscr{D}_1$. + Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H6. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời. – Giáo viên hướng dẫn học sinh vẽ đồ thị hàm số y = tanx trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. Học sinh vẽ đồ thị. – Giáo viên: Đồ thị hàm số y = tanx trên $\mathscr{D}_1$ được suy ra bằng cách tịnh tiến phần đồ thị trên song song trục Ox các đoạn có độ dài $k\pi$.	– Hàm số y = tanx đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, $k \in Z$. – Đồ thị: 

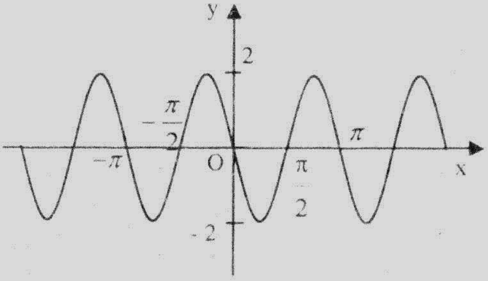
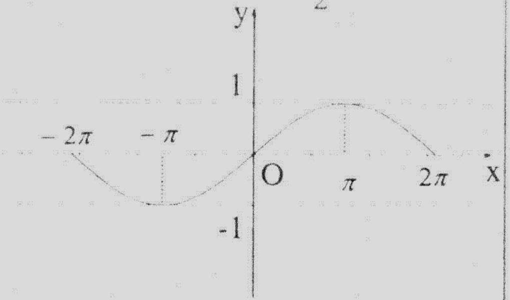
– Giáo viên: Nêu nhận xét về đồ thị của hàm số y = tanx? Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời.	– Vì hàm số y = tanx là hàm lẻ nên đồ thị của nó nhận gốc toạ độ O làm tâm đối xứng.
– Giáo viên nêu nhận xét: Đồ thị nhận mỗi đường thẳng song song với trục tung, đi qua điểm $\left(\frac{\pi}{2}+k\pi;0\right)$, $k \in Z$ làm một đường tiệm cận.	– Tiệm cận: đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số y = cotx. + Học sinh thảo luận theo nhóm. + Giáo viên nhận xét.	– Hàm số y = cotx nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in Z$ 
– Giáo viên yêu cầu học sinh tìm đường tiệm cận của đồ thị. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời.	– Tiệm cận: đường thẳng $x = k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm các bài tập ở phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	

Hoạt động 3: **Về khái niệm hàm số tuần hoàn**

Phiếu học tập số 3

+ Khái niệm tổng quát về hàm số tuần hoàn ?
+ Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm tuần hoàn? Tìm chu kì của chúng (nếu có)?

1. $y = \cos(2x - 3)$
2. $y = 3\cot 2x + 2x$
3. $y = 6\tan 3x - 5\tan x$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phát biểu khái niệm hàm số tuần hoàn. Học sinh lắng nghe, ghi chép.	Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu có số $T \neq 0$ sao cho $\forall x \in D$ ta có: $x + T \in D,\ x + T \in D$ và $f(x + T) = f(x)$ Nếu có số T dương nhỏ nhất thoả mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là hàm số tuần hoàn với chu kì T.
– Giáo viên yêu cầu học sinh vẽ đồ thị của các hàm số: a) $y = 2\sin 2x$ b) $y = \sin\dfrac{x}{2}$ Từ đó nhận xét về tính tuần hoàn và xác định chu kì của các hàm số đó. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.	– Đồ thị hàm số $y = 2\sin 2x$:  Hàm này tuần hoàn với chu kì $T = \pi$ – Đồ thị hàm số $y = \sin\dfrac{x}{2}$:  Hàm này tuần hoàn với chu kì $T = 4\pi$

– Giáo viên yêu cầu học sinh làm các bài tập ở phiếu học tập số 3. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

- Nhắc lại nội dung của các định nghĩa và định lí
- Nhắc lại các nhận xét trong bài
- Dùng bài tập 1 (a, b, c) và các bài 2a, 3a trang 14 sách giáo khoa để củng cố.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

- Học thuộc các định lí, các giới hạn đặc biệt.
- Yêu cầu học sinh làm tất cả các bài tập còn lại ở trang 14, 15 SGK.

§2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh biết được các loại phương trình cơ bản: sinx = m, cosx = m, tanx = m, cotx = m, phương pháp giải các loại phương trình này.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được kĩ năng vận dụng các phương pháp giải phương trình lượng giác cơ bản vào việc giải các phương trình lượng giác.

II. CHUẨN BỊ

- Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập
- Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Tìm hiểu cách giải phương trình sinx = m**

Phiếu học tập số 1

+ Phương pháp giải phương trình sinx = m ?

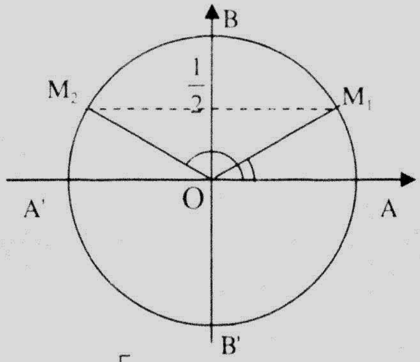
+ Tìm nghiệm của phương trình: $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = k\frac{\pi}{4}$

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh trả lời câu hỏi H1. + Học sinh suy nghĩ và làm theo sự định hướng của giáo viên.	
Tìm giá trị của x sao cho: $\sin x = \frac{1}{2}$	$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm nghiệm của phương trình dạng: sinx = m + Học sinh suy nghĩ thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	Xét phương trình: sinx = m – TXĐ: $x \in R$ + *Trường hợp*: $\lvert m \rvert > 1$ phương trình vô nghiệm vì $\lvert \sin x \rvert \le 1$ với mọi x. + *Trường hợp*: $\lvert m \rvert \le 1$ Nếu α là một nghiệm của phương trình, nghĩa là $\sin\alpha = m$ thì:

	$\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (*)$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải các phương trình ở ví dụ 1 sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và giải. + Giáo viên nhận xét	***Ví dụ 1***. Giải các phương trình 1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\sin x = \frac{2}{3}$ Kết quả: 1) $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$ 2) $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.$ (với $\sin\alpha = \frac{2}{3}$)
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải các phương trình ở H2 Cá nhân học sinh suy nghĩ và giải. – Giáo viên nhận xét	Giải phương trình: $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên nêu một số lưu ý. + Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	Lưu ý: Trong mặt phẳng toạ độ, nếu vẽ đồ thị (G) của hàm số y = sinx và đường thẳng (d): y = m thì hoành độ mỗi giao điểm của (d) và (G) (nếu có) là một nghiệm của phương trình sinx = m.
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H3 + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời + Giáo viên nhận xét. – Giáo viên lưu ý học sinh một số vấn đề. + Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: – Trường hợp đặc biệt: + $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ + $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ + $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ – Khi $\lvert m \rvert \le 1$, phương trình sinx = m có đúng một nghiệm nằm trong đoạn

– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở ví dụ 2 sách giáo khoa. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	$\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arcsin*m*. Khi đó: $\sin x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin m + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi \end{array}\right.$ – Nếu α và β là hai số thực thì: $\sin\beta = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \beta = \alpha + k2\pi \\ \beta = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.$ ***Ví dụ 2.*** Tìm số x thoả mãn phương trình: $\sin(2x - \frac{\pi}{5}) = \sin(\frac{\pi}{5} + x)$ *Kết quả:* $\left[\begin{array}{l} x = \frac{2\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H4. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	***H4.*** Giải phương trình: sin2x = sinx Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	Phiếu học tập số 1 Đáp số $x = k\frac{\pi}{4}$ (phương án C)

Hoạt động 2: **Tìm hiểu cách giải phương trình cosx = m**

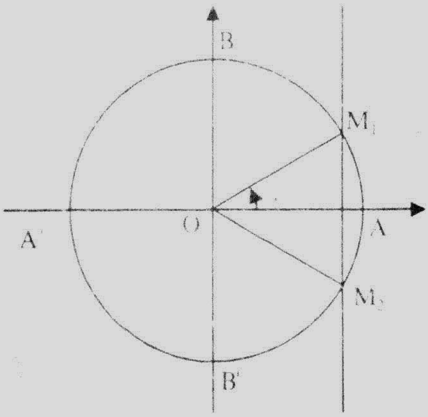
Phiếu học tập số 2

+ Phương pháp giải phương trình cosx = m ?

+ Tìm nghiệm của phương trình: $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

A. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$

C. $x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi$ D. $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm nghiệm của phương trình dạng: cosx = m + Học sinh suy nghĩ và thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	 Xét phương trình: cosx = m – TXĐ: $x \in R$ – *Trường hợp*: $\lvert m \rvert > 1$ phương trình vô nghiệm vì $\lvert \cos x \rvert \le 1$ với mọi x – *Trường hợp*: $\lvert m \rvert \le 1$ Nếu α là một nghiệm của phương trình, nghĩa là $\cos\alpha = m$ thì: $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H5. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	Giải phương trình: $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ Kết quả:

	$\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in Z)$
– Giáo viên lưu ý học sinh. + Cá nhân học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	Chú ý: – Trường hợp đặc biệt: + $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ + $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ + $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ – Khi $\lvert m \rvert \le 1$, phương trình cosx = m có đúng một nghiệm nằm trong đoạn $[0; \pi]$, người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arccos*m*. Khi đó: $\cos x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arccos m + k2\pi \\ x = -\arccos m + k2\pi \end{array}\right.$ – Nếu α và β là hai số thực thì: $\cos\beta = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \beta = \alpha + k2\pi \\ \beta = -\alpha + k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H5. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét – Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	Giải phương trình: $\cos(2x + 1) = \cos(2x - 1)$ Kết quả: $x = \frac{k\pi}{2}$ Phiếu học tập số 2 $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ (phương án D)

Hoạt động 3: **Tìm hiểu cách giải phương trình tanx = m**

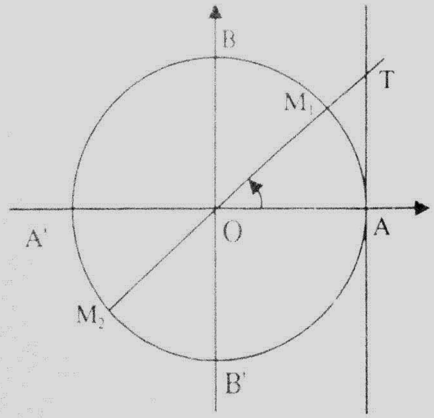
Phiếu học tập số 3

+ Phương pháp giải phương trình tanx = m ?

+ Nghiệm của phương trình $\tan(2x + \frac{\pi}{6}) = \tan x$ là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm nghiệm của phương trình dạng: tanx = m + Học sinh suy nghĩ, thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	 Xét phương trình: tanx = m – TXĐ: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ – Khi x thay đổi, tanx nhận mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$. Do đó phương trình (3) luôn có nghiệm. Nếu α là một nghiệm của phương trình (3), nghĩa là $\tan\alpha = m$ thì: $\tan\alpha = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$.
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải các phương trình ở ví dụ 3. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	*Ví dụ 3.* Giải các phương trình sau: 1) tanx = – 1 2) $\tan\frac{x}{3} = 3$ Kết quả:

	1) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ 2) $x = 3\alpha + k3\pi$ (với $\tan\alpha = 3$)
– Giáo viên lưu ý học sinh.	Chú ý: – Phương trình tanx = m có đúng một nghiệm nằm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arctan*m*. Khi đó: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$ – Nếu α và β là hai số thực mà $\tan\alpha$, $\tan\beta$ xác định thì: $\tan\beta = \tan\alpha \Leftrightarrow \beta = \alpha + k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H7. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	Giải phương trình: tan2x = tanx Kết quả: $x = k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 3. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	Phiếu học tập số 3 $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ (phương án C)

Hoạt động 4: **Tìm hiểu cách giải phương trình cotx = m**

Phiếu học tập số 4

+ Phương pháp giải phương trình cotx = m ?

+ Nghiệm của phương trình $\cot(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ D. $x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm nghiệm của phương trình	Xét phương trình: cotx = m (4)

dạng: tanx = m + Học sinh suy nghĩ, thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	– TXĐ: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$ – Khi x thay đổi, tanx nhận mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$. Do đó phương trình (4) luôn có nghiệm. Nếu α là một nghiệm của phương trình (4), nghĩa là $\cot\alpha = m$ thì: $\cot\alpha = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải các phương trình ở ví dụ 4. – Cá nhân học sinh tiến hành giải. – Giáo viên nhận xét	***Ví dụ 4.*** Giải các phương trình sau: 1) $\cot x = -\frac{1}{3}$ 2) $\cot 3x = 1$ Kết quả: 1) $x = \alpha + k\pi$ (với $\cot\alpha = \frac{-1}{3}$) 2) $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}$
– Giáo viên lưu ý học sinh. – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: – Với mọi m cho trước, phương trình cotx = m có đúng một nghiệm nằm trong khoảng $(0;\pi)$, người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arccot*m*. Khi đó: $\cot x = m \Leftrightarrow x = \operatorname{arc}\cot m + k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H8. – Cá nhân học sinh giải – Giáo viên nhận xét	Giải phương trình: $\cot\left(\frac{2x+1}{6}\right) = \tan\frac{1}{3}$ Kết quả: $x = \frac{3\pi}{2} - \frac{3}{2} + 3k\pi$
– Giáo viên lưu ý học sinh. + Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Một số điều đáng lưu ý: 1) arcsin*m*, arccos*m* (với $\lvert m \rvert \le 1$), arctan*m* và arccot*m* có giá trị là những số thực. Do đó ta viết, chẳng hạn $\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$ mà không viết $\arctan 1 = 45^0$ 2) Khi x đo bằng độ thì nghiệm của nó trong công thức nghiệm cũng phải tính

	bằng độ. Chẳng hạn đối với phương trình $\sin(x+10^0)=\frac{1}{2}$ thì nghiệm của nó phải được viết là: $\left[\begin{array}{l} x=20^0+k360^0 \\ x=140^0+k360^0 \end{array}\right.$ mà không viết là: $\left[\begin{array}{l} x=20^0+k2\pi \\ x=140^0+k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở ví dụ 5. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên nhận xét	***Ví dụ 5.*** Giải phương trình: $\sin(x+20^0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x=40^0+k360^0 \\ x=100^0+k360^0 \end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải các phương trình ở H9. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên nhận xét	***H9.*** Giải các phương trình: 1) $\sin(3x-15^0)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\tan 5x=\tan 25^0$ Kết quả: 1) $\left[\begin{array}{l} x=-10^0+k120^0 \\ x=80^0+k120^0 \end{array}\right.$ 2) $x=5^0+k72^0$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 4. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	*Phiếu học tập số 4* Nghiệm của phương trình $\cot(x-\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ là $x=\frac{\pi}{12}+k\pi$ (phương án B)

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại phương pháp giải các phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$

– Yêu cầu cá nhân học sinh tiến hành giải các bài tập 14b, 14c, 18b, 18e ở sách giáo khoa

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

– Làm tất cả các bài tập còn lại ở sách giáo khoa

LUYỆN TẬP

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm vững các phương pháp giải phương trình lượn giác cơ bản.

– Rèn luyện kĩ năng giải phương trình lượng giác cơ bản.

II. CHUẨN BỊ

+ Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

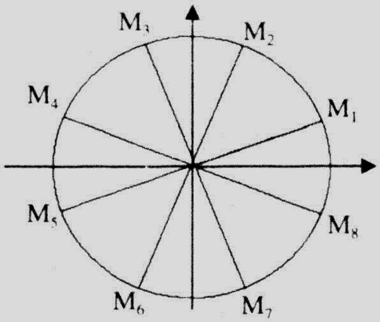
+ Học sinh làm các bài tập về nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung bài học**
– Giáo viên yêu cầu 4 học sinh lên bảng giải. Mỗi học sinh giải một câu – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 1.** Giải các phương trình sau: $a)\sin(x+2)=\frac{1}{3}$; $c)\sin\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=0$; $b)\sin 3x = 1$ $d)\sin(2x+20^{0})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ *Giải:* $a)\sin(x+2)=\frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\arcsin\frac{1}{3}-2+k2\pi \\ x=\pi-\arcsin\frac{1}{3}-2+k2\pi \end{array}\right.$ $b)\sin 3x = 1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}$ $c)\sin\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=0$ $\Leftrightarrow \frac{2x}{3}-\frac{\pi}{3}=k\pi$

	$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\frac{3\pi}{2}$ d) $\sin\left(2x+20^{\circ}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\left(-60^{\circ}\right)$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-40^{\circ}+k180^{\circ}\\x=110^{\circ}+k180^{\circ}\end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu 4 học sinh lên bảng giải. Mỗi học sinh giải một câu. – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 2**. Giải các phương trình sau: $a)\cos\left(x-1\right)=\frac{2}{3}$; $b)\cos 3x=\cos 12^{0}$ $c)\cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; $d)\cos^{2}2x=\frac{1}{4}$ *Giải:* $a)\cos\left(x-1\right)=\frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x=\pm\arccos\frac{2}{3}+1+k2\pi$ b) $\cos 3x=\cos 12^{\circ}\Leftrightarrow x=\pm 4^{\circ}+k120^{\circ}$ c) $\cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}=\cos\frac{2\pi}{3}$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{11\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\\x=-\frac{5\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$ $d)\cos^{2}2x=\frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow\cos 4x=-\frac{1}{2}=\cos\frac{2\pi}{3}$ $\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$
Giáo viên gọi 2 học sinh lên bảng làm bài tập a và bài tập b.	**Bài tập 3**. Giải các phương trình sau: $a)\sin^{2}x-\sin x=0$;

	$b)\ 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ *Giải:* $a)\ \sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right.$ $b)\ 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \frac{1}{2}\\ \cos x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi\\ x = k2\pi\end{array}\right.$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập 4. Giáo viên hướng dẫn học sinh đối chiếu điều kiện bằng cách biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.	**Bài tập 4.** Giải phương trình: $\frac{2\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0 \qquad (1)$ *Giải:* Điều kiện: $1 - \sin 2x \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ Ta có: $(1) \Leftrightarrow 2\cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ Với: k = 2n ta có: $x = \frac{\pi}{4} + n\pi$ Với k = 2n + 1 ta có: $x = \frac{3\pi}{4} + n\pi$ Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x = \frac{3\pi}{4} + n\pi$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập 5. + Rút tan3x theo tanx. + Biến đổi phương trình thu được về dạng phương trình	**Bài tập 5.** Giải phương trình sau và biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác: tan3x.tanx = 1 *Giải:* Ta có:

lượng giác cơ bản.	$\tan 3x \tan x = 1 \Leftrightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x}$ $\Leftrightarrow \tan 3x = \cot x$ $\Leftrightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}$ Biểu diễn trên đường tròn lượng giác: 

IV. LUYỆN TẬP CỦNG CỐ

- Các phương pháp giải phương trình lượng giác
  + Cách giải
  + Lấy nghiệm
  + Trả lời nghiệm
- Tính chất các hàm số lượng giác

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ôn tập lại các công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.
- Giải các bài tập còn lại trong sách giáo khoa.

§3. MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh biết được phươn pháp giải các loại phương trình đơn giản:

+ Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
+ Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.
+ Phương trình thuần nhất đối với sinx và cosx.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được kĩ năng vận dụng các phươn pháp giải phương trình lượng giác đơn giản vào việc giải các phương trìn lượng giác phức tạp hơn.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập.
– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Tìm hiểu cách giải phương trình bậc nhất và bậc hai đố với một hàm số lượng giác**

Phiếu học tập số 1

+ Phương pháp giải phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác ?
+ Trong các giá trị sau, giá trị nào là nghiệm của phương trình

$$\cot^2 3x - \cot 3x - 2 = 0\ ?$$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, \quad x = -\frac{1}{3}\operatorname{arccot} 5 + k\frac{\pi}{3}$

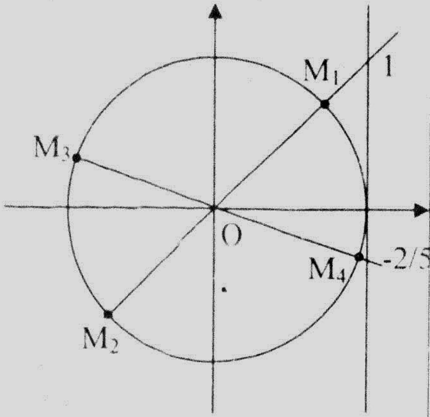
B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, \quad x = \frac{1}{3}\operatorname{arccot} 2 + k\frac{\pi}{3}$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \quad x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$

D. Một kết quả khác

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên nêu một số thí dụ về phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác.	Thí dụ: $2\cos 3x - 1 = 0$

– Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên nêu phương pháp chung để giải một phương trình bậc nhất hoặc bậc hai đối với một hàm số lượng giác: Giải bằng cách đặt hàm số lượng giác có mặt trong phương trình làm ẩn phụ (có thể nêu hoặc không nêu kí hiệu ẩn phụ đó). Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	$\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0$ $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ …
– Giáo viên định hướng cho học sinh cách giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác: + Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải các phương trình ở ví dụ 1. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 1.*** Giải các phương trình sau: 1) $\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0$ 2) $\cos(x + 30^0) + 2\cos^2 15^0 = 1$ Kết quả: 1) $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$ 2) $\left[\begin{array}{l} x = 120^0 + k360^0 \\ x = -180^0 + k360^0 \end{array}\right.$
– Giáo viên định hướng cho học sinh cách giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác: + Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải các phương trình ở ví dụ 2. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 2.*** Giải các phương trình sau: 1) $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ 2) $\cot^2 3x - \cot 3x - 2 = 0$ Kết quả: 1) $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ 2) $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{1}{3}\operatorname{arccot} 2 + \frac{k\pi}{3} \end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải phương trình ở H1. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H1***. Giải phương trình: $4\cos^2 x - 2(1 + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} = 0$ Kết quả:

	$\left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải phương trình ở ví dụ 3. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 3***. Giải phương trình: $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$ Kết quả: $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$
Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải phương trình ở H2. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H2.*** Giải phương trình: $5\tan x - 2\cot x - 3 = 0$ Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác. Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-\frac{2}{5}) + k\pi \end{array}\right.$ Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác: 
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***Phiếu học tập số 1*** Đáp số $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, x = \frac{1}{3}\operatorname{arc}\cot 2 + k\frac{\pi}{3}$ (phương án B)

Hoạt động 2: **Nghiên cứu cách giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx**

Phiếu học tập số 2

+ Phương pháp giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx
+ Trong các giá trị sau, giá trị nào là nghiệm của phương trình

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, \quad x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, \quad x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \quad x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \quad x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên giới thiệu cho học sinh biết dạng của phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	– Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx là phương trình có dạng: asinx + bcosx = c trong đó a, b và c là các số đã cho với a và b không đồng thời bằng 0.
– Giáo viên yêu cầu học sinh sử dụng đẳng thức: $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ để giải phương trình ở H1. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H1.*** Giải phương trình: $\sin x + \cos x = 1$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh cách giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Phương pháp giải: Biến đổi biểu thức asinx + bcosx thành dạng $C\sin(x + \alpha)$ hoặc dạng $C\cos(x + \gamma)$ (với C, α, γ là những hằng số)
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở ví dụ 4. + Cá nhân học sinh giải	***Ví dụ 4.*** Giải phương trình: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$

+ Giáo viên kiểm tra, nhận xét	Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên lưu ý học sinh về cách biến đổi tổng quát khi giải loại phương trình này.	Nếu chọn số β để: $\left\{\begin{array}{l} \sin\beta = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \cos\beta = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{array}\right.$ thì ta có: $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\beta)$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở ví dụ 5. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 5.*** Giải phương trình $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = -3$ Kết quả: $x = \frac{\beta+\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H4. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H4***. Với giá trị nào của m thì phương trình $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = m$ có nghiệm? Kết quả $m \leq 3$
– Giáo viên yêu cầu học sinh tìm điều kiện tổng quát để phương trình dạng: asinx + bcosx = c có nghiệm + Cá nhân học sinh suy nghĩ và trả lời + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	– Để phương trình asinx + bcosx = c có nghiệm thì $c \leq \sqrt{a^2+b^2}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	Đáp số phiếu học tập số 2 $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \quad x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$ (Phương án C)

Hoạt động 3: **Tìm hiểu cách giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx**

Phiếu học tập số 3

+ Phương pháp giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx
+ Trong các giá trị sau, giá trị nào là nghiệm của phương trình

$$4\sin^2 x - 5\sin x\cos x - 6\cos^2 x = 0$$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi,\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi,\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$ D. Một kết quả khác

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên giới thiệu cho học sinh biết dạng của phương trình thuần nhất bậc 2 đối với sinx và cosx. – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	– Phương trình thuần nhất bậc 2 đối với sinx và cosx là những phương trình có dạng: $a\sin^2x + b\sin x\cos x + c\cos^2x = 0$ trong đó a, b và c là các hằng số không đồng thời bằng 0.
– Giáo viên nêu phương pháp giải loại phương trình này. – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	– Phương pháp giải: + Xét trường hợp $\cos x = 0$ (hoặc $\sin x = 0$) + Xét trường hợp $\cos x \neq 0$ (hoặc $\sin x \neq 0$): Chia hai vế của phương trình cho $\cos^2x$ (với điều kiện $\cos x \neq 0$) để đưa về phương trình đối với tanx, hoặc $\sin^2x$ (với điều kiện $\sin x \neq 0$) để đưa về phương trình đối với cotx.
– Giáo viên yêu cầu học sinh vận dụng phương pháp vừa nêu để giải phương trình ở ví dụ 6 bằng 2 cách Cách 1: chia cho $\cos^2x$ Cách 2: chia cho $\sin^2x$ + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 6.*** Giải phương trình $4\sin^2 x - 5\sin x\cos x - 6\cos^2 x = 0$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \arctan 2 + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{array}\right.$
– Giáo viên nêu nhận xét Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***Nhận xét:*** – Khi a = 0 hoặc c = 0, ta có thể giải gọn

	hơn bằng cách đưa về phương trình tích. Chẳng hạn, đối với phương trình $$\sqrt{3}\sin^2 x - \sin x\cos x = 0,$$ ta đưa về: $\sin x(\sqrt{3}\sin x - \cos x) = 0$ - Đối với phương trình $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = d$ $(a, b, c \in R,\quad a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ ta có thể quy về phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx bằng cách viết: $d = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$. Ngoài ra, cũng có thể quy về phương trình bậc nhất đối với sin2x và cos2x bằng cách sử dụng các công thức hạ bậc và công thức nhân đôi: $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$ $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$ $2\sin x\cos x = \sin 2x$
– Giáo viên yêu cầu học sinh vận dụng phương pháp vừa nêu để giải phương trình ở ví dụ 7 bằng 2 cách. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét – Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 3. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***Ví dụ 7.*** Giải phương trình $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 1$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$ Đáp số phiếu học tập số 3 $\left[\begin{array}{l} x = \arctan\dfrac{3}{4} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{array}\right.$ (Phương án D)

Hoạt động 4: **Xét một số thí dụ**

Phiếu học tập số 4

+ Phương trình $\cos^2 x + 5\sin x\cos x - 2\sin^2 x = 2$ có thể đưa được về phương trình nào trong các phương trình sau:

A. $4\sin^2 x - 5\sin x\cos x - \cos^2 x = 0$ B. $3\cos 2x + 5\sin 2x = 5$

C. $4\sin^2 x + 5\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$	D. Một kết quả khác

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh giải phương trình ở ví dụ 7, 8 và 9 của sách giáo khoa. Học sinh giải dưới sự định hướng của giáo viên.	***Ví dụ 7.*** Giải phương trình $\sin 2x \sin 5x = \sin 3x \sin 4x$ Kết quả: $x = k\frac{\pi}{2}$ ***Ví dụ 8.*** Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$ Kết quả: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ x = k\pi \end{array}\right.$ ***Ví dụ 9.*** Giải phương trình $\tan 3x = \tan x$ Kết quả: $x = k\pi$
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình ở H8. + Cá nhân học sinh giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét – Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 4. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***H8.*** Giải phương trình: $\cot 2x = \cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ Kết quả: Phương trình vô nghiệm Đáp án phiếu học tập số 4 Chúng ta có thể đưa phương trình đã cho về phương trình: $4\sin^2 x - 5\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$ hoặc $3\cos 2x + 5\sin 2x = 5$ (chọn phương án B)

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại phương pháp giải các phương trình lượng giác đơn giản.

– Giáo viên nhắc lại các nhận xét trong bài

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Làm tất cả các bài tập còn lại trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

LUYỆN TẬP

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm vững phương pháp giải các phương trình lượng giác đơn giản:

+ Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác
+ Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx
+ Phương trình thuần nhất đối với sinx và cosx
+ Một số phương trình lượng giác khác

– Rèn luyện kĩ năng giải phương trình lượng giác đơn giản cho học sinh.

II. CHUẨN BỊ

Học sinh ôn tập lại lí thuyết đã học và làm các bài tập về nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Hoạt động 1: **Ôn tập kiến thức**

Phiếu học tập số 1

Các kiến thức cần nhớ
– Các định nghĩa, tính chất của các hàm số lượng giác ?
– Phương pháp giải các phương trình lượng giác đơn giản:
+ Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác
+ Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx
+ Phương trình thuần nhất đối với sinx và cosx
+ Một số phương trình lượng giác khác.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung bài học
– Giáo viên gọi lần lượt từng học sinh đứng tại chỗ trả lời các nội dung như trong phiếu học tập số 1. + Cả lớp cùng lắng nghe và cùng với giáo viên bổ sung và hoàn thiện câu trả lời, ghi vào phiếu học tập của mình.	– Các định nghĩa, tính chất của các hàm số lượng giác ? – Phương pháp giải các phương trình lượng giác đơn giản: + Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác. + Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx. + Phương trình thuần nhất đối với sinx và cosx.

Hoạt động 2: **Các bài tập luyện tập**

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung bài học
– Giáo viên yêu cầu 4 học sinh lên bảng giải. Mỗi học sinh giải một câu. – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 1.** Giải các phương trình sau: a) $\sin^2\frac{x}{2} - 2\cos\frac{x}{2} + 2 = 0$ b) $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ c) $8\cos^2 x + 2\sin x - 7 = 0$ d) $30\cos^2 3x - 29\sin 3x - 23 = 0$ Giải:
+ Học sinh 1: Giải phương trình $a)\ \sin^2\frac{x}{2} - 2\cos\frac{x}{2} + 2 = 0$	a) $\sin^2\frac{x}{2} - 2\cos\frac{x}{2} + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \cos^2\frac{x}{2} + 2\cos\frac{x}{2} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{2} = 1\\ \cos\frac{x}{2} = -3 \quad (VN)\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = k2\pi \Leftrightarrow x = k4\pi$
+ Học sinh 2: Giải phương trình $b)\ 2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$	b) $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = -\frac{1}{2}\\ \cos x = 3 \quad (VN)\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3}$ $\Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$
+ Học sinh3: Giải phương trình $c)\ 8\cos^2 x + 2\sin x - 7 = 0$	$c)$ $8\cos^2 x + 2\sin x - 7 = 0$ $\Leftrightarrow 8\sin^2 x - 2\sin x - 1 = 0$

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -\frac{1}{4} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\sin x = -\frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{array}\right.$ $\sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$
+ Học sinh 4: Giải phương trình $d) 30\cos^2 3x - 29\sin 3x - 23 = 0$	$d)\ 30\cos^2 3x - 29\sin 3x - 23 = 0$ $\Leftrightarrow 30\sin^2 3x + 29\sin 3x - 7 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 3x = \frac{1}{5} \\ \sin 3x = -\frac{7}{6} (VN) \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + k2\pi \\ 3x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + k2\pi \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$

– Giáo viên yêu cầu 3 học sinh lên bảng giải. Mỗi học sinh giải một câu. – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 2.** Giải các phương trình sau: $a)\ 2\sin^2 x+\sin x\cos x-3\cos^2 x=0$ $b)\ 3\sin^2 2x-4\sin 2x\cos 2x+5\cos^2 2x=2$ $c)\ 2\cos^2 x-3\sqrt{3}\sin 2x-4\sin^2 x=-4$ Giải:
+ Học sinh 1: Giải phương trình $a)\ 2\sin^2 x+\sin x\cos x-3\cos^2 x=0$	$a)\ 2\sin^2 x+\sin x\cos x-3\cos^2 x=0$ – Nếu cosx = 0 thì sinx = ±1. Khi đó vế trái = 2, vế phải = 0 (không thoả mãn). Vậy cosx ≠ 0. – Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$. Ta có: $2\tan^2 x+\tan x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right)+k\pi\end{array}\right.$
+ Học sinh 2: Giải phương trình $b)\ 3\sin^2 2x-4\sin 2x\cos 2x$ $+5\cos^2 2x=2$	$b)\ 3\sin^2 2x-4\sin 2x\cos 2x+5\cos^2 2x=2$ –Nếu cos2x = 0 thì sin2x = ±1. Khi đó: vế trái = 3, vế phải = 2 (không thoả mãn). Vậy cos2x ≠ 0. – Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 2x$ ta có: $3\tan^2 2x-4\tan 2x+5=\dfrac{2}{\cos^2 2x}=2(1+\tan^2 2x)$ $\Leftrightarrow \tan^2 2x-4\tan 2x+3=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan 2x=1\\ \tan 2x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ 2x=\arctan 3+k\pi\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x=\dfrac{1}{2}\arctan 3+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right.$

+ Học sinh 3: Giải phương trình $c)\ 2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x$ $-4\sin^2 x = -4$	$c)\ 2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 4\sin^2 x = -4$ – Nếu cosx = 0 thì sinx = ±1. Khi đó vế trái = −4 = vế phải Vậy $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm phương trình. – Xét cosx ≠ 0: Chia 2 vế phương trình cho $\cos^2 x$ ta có: $2 - 6\sqrt{3}\tan x - 4\tan^2 x = -4(1 + \tan^2 x)$ $\Leftrightarrow \sqrt{3}\tan x = 1$ $\Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\frac{\pi}{6}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ Vậy nghiệm phương trình là: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Ôn tập lại các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản.

– Giải các bài tập còn lại.

Chương II

TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

Trong khoa học cũng như trong đời sống, chúng ta thường phải xác định số phần tử của một tập hợp hoặc phải tính toán xem khả năng xảy ra của một biến cố ngẫu nhiên là bao nhiêu. Các kiến thức về tổ hợp và xác suất trong chương này sẽ bước đầu giúp chúng ta giải được một số bài toán đơn giản thuộc loại đó.

A. TỔ HỢP

§1. HAI QUY TẮC ĐẾM CƠ BẢN

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) *Về kiến thức:* Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

- Phát biểu được quy tắc cộng
- Phát biểu được quy tắc nhân

b) *Về kĩ năng:* Học sinh rèn luyện được kĩ năng vận dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân vào giải các bài toán liên quan.

II. CHUẨN BỊ

- Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập
- Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Tìm hiểu về quy tắc cộng**

Phiếu học tập số 1

+ Nội dung quy tắc cộng ?

+ Áp dụng để giải bài tập:

Hãy viết một mật khẩu có 6 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số (trong số 10 chữ số từ 0 đến 9) hoặc là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái) và mật khẩu phải có ít nhất là một chữ số.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phát phiếu học tập số 1 cho học sinh để học sinh thực hiện. Sau đó giáo viên yêu cầu một số học sinh đứng dậy đọc mật khẩu của mình và viết lên bảng. – Giáo viên hỏi học sinh: Có thể liệt kê hết các mật khẩu được không? Hãy ước đoán thử xem có thể viết được bao nhiêu mật khẩu khác nhau? – Học sinh suy nghĩ và trả lời – Giáo viên đặt vấn đề: Bài này sẽ cung cấp cho chúng ta hai quy tắc đếm cơ bản nhờ đó có thể tính chính xác số phần tử của một tập hợp mà không cần đếm trực tiếp.	
– Giáo viên phân tích ví dụ 1 ở sách giáo khoa, từ đó đưa ra quy tắc cộng. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên phân tích ví dụ 2 ở sách giáo khoa. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***1. Quy tắc cộng:*** Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc được thực hiện bởi n + m cách. – Quy tắc cộng cho công việc với nhiều phương án được phát biểu như sau: Giả sử một công việc có thể được thực hiện trong k phương án A_1, A_2,.... A_k. Có n_1 cách thực hiện phương án A_1, n_2 cách thực hiện phương án A_2,... và n_k cách thực hiện phương án A_k. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời	***H2:*** Trong một cuộc thi tìm hiểu lịch sử Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10

+ Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	đề tài về con người và 6 đề tài về văn hoá. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài? ***Giải:*** Theo quy tắc cộng, ta có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ khả năng lựa chọn đề tài.
– Giáo viên lưu ý học sinh Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: – Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $\left\|X\right\|$ (hoặc n(X)). – Quy tắc cộng có thể được phát biểu dưới dạng sau: Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn không giao nhau thì số phần tử của $A \cup B$ bằng số phần tử của A cộng với số phần tử của B, tức là: $\left\|A \cup B\right\| = \left\|A\right\| + \left\|B\right\|$

Hoạt động 2: **Tìm hiểu về quy tắc nhân**

Phiếu học tập số 2

+ Nội dung của quy tắc nhân ?

+ Áp dụng giải bài tập:

Cho 6 chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ 6 chữ số đó?

A. 36 B. 120 C. 256 D. 216

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phân tích ví dụ 3 ở sách giáo khoa, từ đó đưa ra quy tắc nhân. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***2. Quy tắc nhân*** Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo nm cách.
– Giáo viên yêu cầu học sinh vận dụng quy tắc nhân để trả lời câu hỏi H3.	***H3:*** Nhãn của một chiếc ghế trong một hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ

+ Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	cái), phần hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau? *Giải* Áp dụng quy tắc nhân, ta có 24.25 = 600 chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau.
– Giáo viên định hướng học sinh đưa ra quy tắc nhân cho công việc với nhiều công đoạn. + Học sinh thảo luận theo nhóm dưới sự định hướng của giáo viên, rút ra quy tắc nhân. + Giáo viên thể chế, hợp thức hoá kiến thức.	– Quy tắc nhân cho công việc với nhiều công đoạn: Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn $A_1, A_2, ..., A_k$. Công đoạn A_1 có thể thực hiện theo n_1 cách, A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách,..., A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n_1n_2...n_k$ cách.
– Giáo viên định hướng để học sinh làm bài tập ở ví dụ 4 và thí dụ 5 của sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh thực hiện theo định hướng của giáo viên. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***Ví dụ 4.*** Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái), kí tự ở vị trí thứ 2 là một chữ số thuộc tập $\{1,2,...,9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0,1,2,...,9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau? *Đáp số* Theo quy tắc nhân ta có 24. 9. 10. 10. 10. 10 = 2.160.000 (biển số xe) ***Ví dụ 5.*** Trở lại bài toán mở đầu. Hãy tính xem: a) Có bao nhiêu dãy gồm 6 kí tự, mỗi kí tự hoặc là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái) hoặc là một chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9). b) Có bao nhiêu dãy gồm 6 kí tự nói ở câu a) không phải là mật khẩu.

– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ và hoàn thành phiếu học tập số 2. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.	c) Có thể lập được nhiều nhất bao nhiêu mật khẩu? Đáp số a) 34^6 b) 24^6 c) $34^6 - 24^6$ ***Kết quả phiếu học tập số 2*** Có 6.5.4 = 120 số

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Yêu cầu học sinh nhắc lại nội dung của quy tắc cộng và quy tắc nhân.

– Dùng bài tập 1, 2, 3 trang 54 sách giáo khoa để củng cố.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

– Ôn tập các quy tắc cộng và quy tắc nhân.

– Giải các bài tập còn lại trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

§2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này HS thực hiện được các công việc sau:

– Phát biểu được các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

– Viết được biểu thức tính số các hoán vị, số các chỉnh hợp và số các tổ hợp.

– Viết được biểu thức biểu diễn hai tính chất cơ bản của C_n^k.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được kĩ năng vận dụng các kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để giải các bài toán liên quan.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Nghiên cứu phép hoán vị**

Phiếu học tập số 1

+ Thế nào là phép hoán vị ?
+ Áp dụng phép hoán vị làm bài tập:

Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 bạn Sơn, Thái, Trâm vào 3 chiếc ghế?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân tích ví dụ 1 ở sách giáo khoa, từ đó đưa ra khái niệm hoán vị. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	***1. Hoán vị*** *a) Hoán vị là gì?* Cho tập hợp A có n ($n \geq 1$) phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là một hoán vị của A).
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**H1.** Cho tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$. Hãy viết 8 hoán vị của A.
– Giáo viên hướng dẫn học sinh trả lời phiếu học tập số 1. + Có những cách nào để giải? + Hãy liệt kê để tìm số cách sắp xếp. + Có thể sử dụng cách khác, đó là sử dụng quy tắc nhân. Mỗi cách sắp xếp được thực hiện theo bao nhiêu công đoạn? + Công đoạn 1 là gì? có bao nhiêu cách thực hiện? + Công đoạn 2 là gì? có bao nhiêu	*b) Số hoán vị* ***Phiếu học tập số 1.*** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 bạn Sơn, Thái, Trâm vào 3 ghế? Giải: *Cách 1: Liệt kê* Sơn – Thái – Trâm Sơn – Trâm – Thái Thái – Sơn – Trâm Thái – Trâm – Sơn Trâm – Sơn – Thái Trâm – Thái – Sơn Như vậy có 6 cách sắp xếp *Cách 2*: Mỗi cách sắp xếp được thực hiện qua 3 công đoạn sau: Công đoạn 1: Xếp một bạn vào ghế thứ nhất, có 3 cách. Công đoạn 2: Xếp một trong 2 bạn

cách thực hiện? + Công đoạn 3 là gì? có bao nhiêu cách thực hiện? + Theo quy tắc nhân, chúng ta tính được bao nhiêu cách sắp xếp? – Cá nhân học sinh suy nghĩ, thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	còn lại vào ghế thứ 2, có 2 cách. Công đoạn 3: Xếp bạn còn lại vào ghế thứ 3, có 1 cách. Vậy theo quy tắc nhân có 3.2.1 = 6 cách sắp xếp.
– Giáo viên hỏi học sinh: có bao nhiêu cách sắp xếp n bạn vào n ghế? Giáo viên định hướng: + Công việc gồm bao nhiêu giai đoạn? + Công đoạn 1 có bao nhiêu cách thực hiện? + Công đoạn 2 có bao nhiêu cách thực hiện? ..... + Công đoạn n có bao nhiêu cách thực hiện? + Theo quy tắc nhân, có bao nhiêu cách sắp xếp? – Giáo viên thể chế hoá, rút ra định lí về số tổ hợp. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	ĐỊNH LÍ: Số hoán vị của một tập hợp có n phần tử là $P_n = n! = n.(n-1).(n-2)...1$
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H2. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***H2.*** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau? Kết quả Có 5! = 120 số

Hoạt động 2: **Nghiên cứu phép chỉnh hợp**

Phiếu học tập số 2

+ Thế nào là phép chỉnh hợp ?
+ Dùng phép chỉnh hợp để trả lời yêu cầu sau:

Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách sắp thứ tự k phần tử của A?

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phân tích ví dụ 3 ở sách giáo khoa, từ đó đưa ra khái niệm chỉnh hợp. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	*2. Chỉnh hợp* a) Chỉnh hợp là gì? Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H3. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	Cho tập hợp $A = \{a, b, c\}$. Hãy viết tất cả các chỉnh hợp chập 2 của A. Giải ab, ba, ac, ca, bc, cb
– Giáo viên hỏi học sinh: Hai chỉnh hợp khác nhau khi nào? + Học sinh suy nghĩ và trả lời + Giáo viên nhận xét.	*Nhận xét* Hai chỉnh hợp khác nhau khi và chỉ khi: hoặc có ít nhất một phần tử của chỉnh hợp này mà không là phần tử của chỉnh hợp kia, hoặc các phần tử của hai chỉnh hợp giống nhau nhưng được sắp xếp theo thứ tự khác nhau.
– Giáo viên định hướng học sinh giải ví dụ 4 ở SGK. Giáo viên định hướng: + Huấn luyện viên có bao nhiêu cách chọn cầu thủ để đá quả đầu tiên? + Huấn luyện viên có bao nhiêu cách chọn cầu thủ để đá quả thứ 2? ...... + Huấn luyện viên có bao nhiêu cách chọn cầu thủ để đá quả thứ 5? + Theo quy tắc nhân, có bao nhiêu cách lập danh sách 5 cầu thủ?	b) Số các chỉnh hợp ***Ví dụ 4.*** Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hãy tính xem huấn luyện viên của mỗi đội có bao nhiêu cách lập danh sách 5 cầu thủ. Kết quả Có: 11.10.9.8.7 = 55440 cách lập danh sách

– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi ở phiếu học tập số 2 + Học sinh thảo luận theo nhóm, trả lời + Giáo viên nhận xét, thể chế hoá kiến thức và rút ra định lí về cách tính số chỉnh hợp.	ĐỊNH LÍ Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \le k \le n$) là: $A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$ (1)
– Giáo viên hỏi học sinh: mối quan hệ giữa chỉnh hợp và hoán vị? + Học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét	*Nhận xét:* Từ định nghĩa ta thấy một hoán vị của tập hợp n phần tử là một chỉnh hợp chập n của tập đó nên: $A_n^n = P_n = n!$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở ví dụ 5. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***Ví dụ 5.*** Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này? Kết quả Số véctơ cần tìm là $A_6^2 = 6.5 = 30$
– Giáo viên lưu ý học sinh Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: – Với $0 < k < n$ thì ta có thể viết công thức (1) dưới dạng: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ (2) – Ta quy ước: $0! = 1$ và $A_n^0 = 1$ Khi đó công thức (2) đúng cho cả k = 0 và k = n. Vậy công thức (2) đúng với $0 \le k \le n$

Hoạt động 3: **Nghiên cứu phép tổ hợp**

Phiếu học tập số 3

+ Thế nào là phép tổ hợp ?

+ Áp dụng phép tổ hợp để giải bài toán sau:

Trong một lớp chuyên Toán chỉ có 4 bạn học sinh nữ: Hảo, Thuỷ, Kim, Quỳnh. Thầy hiệu trưởng cần cử 2 bạn đi tham gia cuộc thi "Nữ công gia chánh" do nhà trường tổ chức vào dịp 8/3. Hỏi thầy chủ nhiệm có bao nhiêu cách để lựa chọn?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân tích thí dụ ở phiếu học tập số 3, lưu ý với học sinh rằng: Mỗi cách chọn như vậy, không phân biệt thứ tự là một tổ hợp chập 2 của 4 học sinh. – Từ đó giáo viên đưa ra khái niệm tổ hợp. – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi ở phiếu học tập số 3. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	*3. Tổ hợp* *a) Tổ hợp là gì?* Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A). Như vậy lập một tổ hợp chập k của A chính là lấy k phần tử của A mà không quan tâm đến thứ tự. *Cách 1.* Liệt kê: Hảo và Thuỷ, Hảo và Kim, Hảo và Quỳnh, Thuỷ và Kim, Thuỷ và Quỳnh, Kim và Quỳnh. Như vậy có 6 cách để lựa chọn. *Cách 2.* – Mỗi cặp sắp thứ tự 2 bạn được chọn ra trong 4 bạn là một chỉnh hợp chập 2 của 4. Do đó có $A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$ cặp sắp thứ tự. – Tuy nhiên, ở đây không có sự phân biệt về thứ tự của 2 bạn được chọn, vì vậy số cách chọn cần tìm là: $\frac{12}{2} = 6$
– Giáo viên định hướng cho học sinh rút ra công thức tính số các tổ hợp: + Có bao nhiêu cách sắp thứ tự k phần tử từ n phần tử khác nhau? + Ứng với mỗi tổ hợp chập k của n có bao nhiêu cách sắp thứ tự từ k phần tử đã được chọn? + Như vậy số tổ hợp liên hệ như thế nào với số chỉnh hợp? + Giáo viên thể chế hoá, đưa ra định lí.	*b) Số các tổ hợp* *Định lí 3* Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($0 \leq k \leq n$) là: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}$ (3)

– Giáo viên lưu ý học sinh Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: – Với $0 < k < n$ ta có thể viết công thức (3) dưới dạng: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad (4)$ – Ta quy ước: $C_n^0 = 1$. Khi đó công thức (4) đúng cho cả $k = 0$. Vậy công thức (3) đúng với $0 \le k \le n$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở ví dụ 6 và ví dụ 7 sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Ví dụ 6.*** Trong mặt phẳng cho một tập hợp P gồm 7 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P? Đáp số Có: $C_7^3 = \frac{7.6.5}{3!} = 35$ tam giác ***Ví dụ 7.*** Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 4 học sinh nam và 3 học sinh nữ đi tham gia chiến dịch "Mùa hè xanh" của Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn? Đáp số Có: $C_{20}^4 . C_{15}^3 = 2204475$ cách chọn

Hoạt động 4: **Nghiên cứu hai tính chất cơ bản của số C_n^k**

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên thông báo công thức biểu diễn các tính chất của C_n^k. Yêu cầu học sinh chứng minh.	**4. Hai tính chất cơ bản của số C_n^k** ***a) Tính chất 1.*** Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$ Chứng minh Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

	$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-(n-k))!}$ $= \frac{n!}{(n-k)!k!}$ Do đó $C_n^k = C_n^{n-k}$
	b) Tính chất 2 (hằng đẳng thức Paxcan): Cho các số nguyên n và k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ Chứng minh Ta có: $C_n^{k-1} = \frac{n(n-1)...(n-k+2)}{(k-1)!}$ $C_n^k = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}$ Vậy: $C_n^k + C_n^{k-1} = \frac{n(n-1)...(n-k+2)(n-k+1+k)}{k!}$ $= \frac{(n+1)n...(n-k+2)}{k!} = C_{n+1}^k$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp. Biểu thức tính số các hoán vị, số các chỉnh hợp và số các tổ hợp.

– Giáo viên nhắc lại hai tính chất cơ bản của C_n^k.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

– Ôn tập lại lí thuyết đã học

– Làm tất cả các bài tập trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

§3. NHỊ THỨC NIU-TƠN

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

– Viết được biểu thức biểu diễn nhị thức Niu-tơn, từ đó rút ra số hạng tổng quát của nó.

– Nêu lên được quy luật của tam giác Paxcan

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được kĩ năng vận dụng các kiến thức đã học để giải các bài tập liên quan. Đặc biệt là dạng bài tập tìm hệ số trong khai triển một đa thức nào đó.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Công thức nhị thức Niu–tơn**

Phiếu học tập số 1

+ Nhị thức Niu–tơn ?

+ Áp dụng nhị thức Niu–tơn để giải bài tập

Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$.

trong đó $a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_n = 729$. Tìm n và số hạng thứ 5?

A. $n = 7;\ 560x^4$ B. $n = 6;\ 60x^4$

C. $n = 6;\ 240x^4$ D. $n = 7;\ 280x^4$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên yêu cầu học sinh khai triển biểu thức $(a+b)^4$ + Cá nhân học sinh thực hiện + Giáo viên kiểm tra, nhận xét – Giáo viên tổng quát hoá	**1. Công thức nhị thức Niu–tơn** Ví dụ: $(a+b)^4 = (a+b)^3(a+b)$ $= (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)(a+b)$ $= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ $= C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$ Tổng quát, người ta chứng minh được:

công thức khai triển.	$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + ... + C_n^ka^{n-k}b^k + ... + C_n^nb^n$ $= \sum_{k=0}^{n} C_n^ka^{n-k}b^k \qquad (1)$
– Giáo viên lưu ý một số vấn đề về nhị thức Niu–tơn. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Chú ý: 1) Số hạng tử trong (1) là n + 1 2) Trong vế phải của (1), số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n. Tổng số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n. 3) Số hạng thứ k trong (1) là $C_n^{k-1}a^{n-k+1}b^{k-1}$ 4) Số hạng tổng quát trong khai triển là: $C_n^ka^{n-k}b^k$ (số hạng thứ k+1)
– Giáo viên hướng dẫn học sinh làm bài tập ở ví dụ 1, ví dụ 2. – Học sinh thực hiện dưới sự định hướng, giúp đỡ của giáo viên.	***Ví dụ 1.*** Tính hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(x + y)^{25}$. *Giải* Theo công thức nhị thức Niu–tơn, hệ số này là $C_{25}^{13} = \frac{25!}{13!12!} = 2500300$ ***Ví dụ 2.*** Tính hệ số của x^3 trong khai triển $(3x - 4)^5$. *Giải* Theo nhị thức Niu–tơn, số hạng chứa x^3 là $C_5^2(3x)^3(-4)^2$. Vậy hệ số của x^3 là $10.3^3.(-4)^2 = 4320$.
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H1. + Học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H1.*** Tính hệ số của x^2 trong khai triển $(3x - 4)^5$. Giải Theo nhị thức Niu–tơn, số hạng chứa x^2 là $C_5^3(3x)^2(-4)^3$. Vậy hệ số của x^2 là $10.3^2.(-4)^3 = 5760$.

– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở ví dụ 3 + Học sinh tiến hành giải + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	*Ví dụ 3.* Khai triển $(x-2)^6$ thành đa thức bậc 6. Giải Theo công thức nhị thức Niu–tơn $(x-2)^6=(-2+x)^6$ $=\sum_{k=0}^{6}C_6^k(-2)^{6-k}x^k$ $=x^6-12x^5+60x^4-160x^3$ $+240x^2-192x+64$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh làm bài tập ở ví dụ 4. Học sinh thực hiện dưới sự định hướng, giúp đỡ của giáo viên. + Số tập con có 0 phần tử là bao nhiêu? + Số tập con có 1 phần tử là bao nhiêu? ..... + Số tập con có k phần tử là bao nhiêu? ..... + Số tập con có n phần tử là bao nhiêu? + Tổng số tập con là bao nhiêu? – Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 1. – Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	*Ví dụ 4.* Gọi T là số các tập con (kể cả tập rỗng) của một tập hợp có n phần tử. Chứng minh rằng $T=2^n$ Giải + Số tập con có 0 phần tử là C_n^0 + Số tập con có 1 phần tử là C_n^1 .... + Số tập con có k phần tử là C_n^k ..... Số tập con có n phần tử là C_n^n Vậy, tổng số tập con là: $T=\sum_{k=0}^{n}C_n^k$ Trong nhị thức Niu-tơn, đặt a = b = 1 ta được $2^n=(1+1)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k$ $\Rightarrow$ đpcm. ***Kết quả phiếu học tập số 1*** – $n=6$ – Số hạng thứ 5 là $240x^4$ (chọn phương án C)

Hoạt động 2: **Tam giác Paxcan**

Phiếu học tập số 2 + Nội dung của tam giác Paxcan ? + Áp dụng tam giác Paxcan để giải bài toán sau: Viết dãy các số hạng ở hàng thứ 1000 trong tam giác Paxcan. Dãy này có bao nhiêu số?

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề: Trên đây ta muốn khai triển $(a+b)^n$ thành đa thức, ta cần biết n+1 số C_n^0, $C_n^1, C_n^2, \ldots,$ C_n^n có mặt trong nhị thức Niu-tơn. Các số này có thể được tính nhờ công thức (4) ở §2. Ngoài ra còn có thể tìm được chúng bằng cách sử dụng bảng số sau gọi là tam giác Paxcan. – Giáo viên lưu ý học sinh quy luật của tam giác Paxcan Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	*2. Tam giác Paxcan* 1 1 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 1 5 10 10 5 1 1 6 15 20 15 6 1 ………… Tam giác Paxcan được lập theo quy luật sau: – Đỉnh được ghi số 1. Tiếp theo là hàng thứ nhất ghi 2 số 1. – Nếu biết hàng thứ n ($n \geq 1$) thì hàng thứ n+1 tiếp theo được thiết lập bằng cách cộng hai số liên tiếp của hàng thứ n rồi viết kết quả xuống hàng dưới ở vị trí giữa hai số này. Sau đó viết số 1 ở đầu và cuối hàng.
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở H1. + Học sinh thực hiện + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***H2.*** Điền tiếp tục các số vào hàng thứ 7 và thứ 8 trong bảng số trên.
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 2. – Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***Kết quả phiếu học tập số 2*** – Dãy các số hạng ở hàng thứ 1000 trong tam giác Paxcan: $C_{1000}^0, C_{1000}^1, C_{1000}^2, \ldots, C_{1000}^{n-1}, C_{1000}^n$ – Dãy này có 1001 số

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

- Giáo viên yêu cầu học sinh xem lại nhị thức Niu-tơn, từ đó rút ra số hạng tổng quát của nó.
- Nêu lên được quy luật của tam giác Paxcan
- Dùng bài tập 17, 18 sách giáo khoa để củng cố.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

- Yêu cầu học sinh giải các bài tập còn lại ở sách giáo khoa (thuộc phần này)

LUYỆN TẬP

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

Sau khi học xong bài này, học sinh làm được những công việc sau:

- Nắm vững các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.
- Nhớ được công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.
- Rèn luyện kĩ năng giải các bài toán đếm số phần tử của tập hợp và kĩ năng vận dụng công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

II. CHUẨN BỊ

- Giáo viên chuẩn bị các phiếu trắc nghiệm
- Học sinh làm các bài tập về nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Hoạt động 1: **Ôn tập kiến thức**

Phiếu học tập số 1

Các kiến thức cần nhớ:
+ Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.
+ Công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.
+ Tam giác Paxcan

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung bài học**
– Giáo viên gọi lần lượt từng học sinh đứng tại chỗ trả lời các nội dung như trong phiếu học tập số 1.	+ Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp. + Công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

+ Cả lớp cùng lắng nghe và cùng với giáo viên bổ sung và hoàn thiện câu trả lời, ghi vào phiếu học tập của mình.	+ Tam giác Paxcan

Hoạt động 2. **Các bài tập luyện tập**

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung bài học
– Giáo viên định hướng để học sinh giải bài tập 1. + Nếu không có 2 bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau thì trật tự sắp xếp có dạng như thế nào? + Nêu phương pháp sắp xếp chỗ ngồi? + Nếu không có 2 bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau hoặc cạnh nhau thì trật tự sắp xếp có dạng như thế nào?	**Bài tập 1.** Hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 5 bạn lớp A, 5 bạn lớp B sao cho: a) Không có 2 bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau. b) Không có 2 bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau hoặc cạnh nhau. *Giải:* a) Mỗi cách sắp xếp sao cho không có 2 bạn cùng lớp ngồi đối diện nhau được thực hiện qua các bước sau: – Xếp 5 bạn lớp A vào 1 dãy ghế. Có P_5 cách. – Xếp 5 bạn lớp B vào dãy kia. Có P_5 cách. – Hoán đổi chỗ ngồi cho các bạn ngồi đối diện nhau, mỗi cặp có 2 cách đổi, do đó có 5 cặp thì sẽ có 2^5 cách đổi. Theo quy tắc nhân có: $P_5.P_5.2^5 = 460.800$ cách sắp xếp. b) Đánh dấu các ghế là 1, 2, 3...10. Mỗi cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho không có học sinh cùng lớp ngồi đối diện hoặc cạnh nhau được thực hiện như sau: – Xếp 5 học sinh lớp A vào các ghế chẵn. Có P_5 cách. – Xếp 5 học sinh lớp B vào các ghế lẻ. Có P_5 cách. Hoặc đổi thứ tự sắp xếp cho 2 lớp Vậy theo quy tắc nhân có: $2.P_5.P_5 = 28.800$ cách sắp xếp.

- Giáo viên định hướng để học sinh giải bài tập 2.	**Bài tập 2.** Cần phân công 7 trong số 50 bạn học sinh lao động. Trong đó có 4 bạn rẫy cỏ, 3 bạn quét sân. a) Hỏi có bao nhiêu cách phân công? b) Sử dụng câu a) chứng minh: $C_{50}^{7}C_{7}^{3} = C_{50}^{4}C_{46}^{3}$ c) Chứng minh: $C_{n+k}^{k}C_{n}^{m} = C_{n+k}^{m+k}C_{m+k}^{k}$, $0 \le m \le n$
a) + Mỗi cách phân công lao động bao gồm mấy công đoạn?	*Giải:* a) Mỗi cách phân công lao động được thực hiện như sau:
+ Có bao nhiêu cách chọn 7 học sinh từ 50 học sinh?	– Chọn 7 học sinh từ 50 học sinh: có C_{50}^{7} cách.
+ Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh quét sân từ 7 học sinh trên?	– Chọn 3 học sinh quét sân từ 7 học sinh trên: có C_{7}^{3} cách
+ Do vậy có bao nhiêu cách phân công lao động.	Theo quy tắc nhân có $C_{50}^{7}C_{7}^{3}$ cách phân công lao động.
b) + Mỗi cách phân công lao động bao gồm mấy công đoạn?	b) Ta có thể phân công lao động theo cách sau:
+ Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ 50 học sinh để rẫy cỏ?	– Chọn 4 trong số 50 học sinh để rẫy cỏ: có C_{50}^{4} cách.
+ Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh trong số 46 học sinh còn lại để quét sân?	– Chọn 3 trong số 46 học sinh còn lại quét sân: có C_{46}^{3} cách.
+ Do vậy có bao nhiêu cách phân công lao động? Đối chiếu với kết quả ở câu a) có kết luận gì?	Theo quy tắc nhân ta có $C_{50}^{4}C_{46}^{3}$ cách phân công lao động. Từ đó ta có $C_{50}^{70}C_{7}^{3} = C_{50}^{4}C_{46}^{3}$.
	c) Ta có: $C_{n+k}^{k}C_{n}^{m} = C_{n+k}^{m+k}C_{m+k}^{k}$ $\Leftrightarrow C_{n+k}^{n}C_{n}^{m} = C_{n+k}^{n-m}C_{m+k}^{m}$ Tổng quát hoá bài toán trên với số học sinh của lớp là n + k, số học sinh lao động là n trong đó có m học sinh rẫy cỏ, n–m học sinh quét sân ta có kết quả cần chứng minh.

– Giáo viên gọi 2 học sinh lên bảng làm bài tập 3 và bài tập 4. – Sau đó giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 3.** Tìm số hạng thứ 13 của khai triển: $(\sqrt[3]{3}+\sqrt{2})^{15}$ **Bài tập 4.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^{6}$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Ôn lại các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp. Công thức tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.

– Ôn lại công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

B. XÁC SUẤT

Trong thực tiễn, chúng ta thường gặp những hiện tượng ngẫu nhiên. Đó là những hiện tượng (biến cố) mà chúng ta không thể dự báo một cách chắc chắn là nó xảy ra hay không xảy ra. Lí thuyết xác suất là môn Toán học nghiên cứu các hiện tượng ngẫu nhiên này.

§4. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

– Phát biểu được các khái niệm: phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố, biến cố chắc chắn, biến cố không thể.

– Phát biểu được định nghĩa cổ điển của xác suất và viết được biểu thức tính nó.

– Phát biểu được định nghĩa thống kê của xác suất, khái niệm tần suất.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được các kĩ năng sử dụng các kiến thức đã học để giải các bài tập liên quan đến việc tính xác suất xảy ra của một biến cố nào đó.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1. **Nghiên cứu khái niệm biến cố**

Phiếu học tập số 1

+ Khái niệm về biến cố ?

+ Hãy liệt kê 1 biến cố chắc chắn và 1 biến cố không thể khi gieo 2 con súc sắc liên tiếp.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên lấy thí dụ và phân tích: + Khi gieo một con súc sắc, ta không thể xác định được chính xác số chấm sẽ xuất hiện. + Khi gieo một đồng xu, ta cũng không thể xác định được trước nó sẽ xuất hiện mặt sấp hay mặt ngửa. Ta gọi việc gieo một con súc sắc hay gieo một đồng xu nói trên là một phép thử ngẫu nhiên. Từ đó giáo viên đưa ra định nghĩa về phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu.	***1. Biến cố*** *a) Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu* – Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay hành động mà: + Kết quả của nó không dự đoán trước được. + Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó. Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T. – Không gian mẫu của phép thử: là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Không gian mẫu thường được kí hiệu bởi chữ Ω.
– Giáo viên yêu cầu học sinh tìm không gian mẫu của các phép thử sau: 1) Gieo một con súc sắc 2) Gieo hai đồng xu phân biệt 3) Gieo ba đồng xu phân biệt – Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời	***Ví dụ 1.*** Tìm không gian mẫu của các phép thử sau: 1) Gieo một con súc sắc 2) Gieo hai đồng xu phân biệt 3) Gieo ba đồng xu phân biệt *Giải* 1) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 2) $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$

– Giáo viên nhận xét.	3) $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}$
– Giáo viên phân tích ví dụ 3 ở sách giáo khoa: Xét biến cố (hay sự kiện) A: “Số chấm xuất hiện trên mặt là một số chẵn”. Ta thấy việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A tuỳ thuộc vào kết quả của T. Biến cố A xảy ra khi và chỉ khi kết quả của T là 2, hoặc 4, hoặc 6. Các kết quả này được gọi là các kết quả thuận lợi cho A. Do đó biến cố A được mô tả bởi tập hợp $\Omega_A = \{2,4,6\}$ đây là một tập con của Ω. Biến cố A được gọi là biến cố liên quan đến phép thử T. – Từ đó giáo viên đưa ra khái niệm biến cố.	b) Biến cố – Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tuỳ thuộc vào kết quả của T. – Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A. – Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A. Khi đó người ta nói biến cố A được mô tả bởi tập Ω_A.
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét.	***H2.*** Xét biến cố B: “Số chấm xuất hiện trên mặt là một số lẻ” và biến cố C: “Số chấm xuất hiện trên mặt là một số nguyên tố”. Hãy viết ra tập hợp Ω_B mô tả biến cố B và Ω_C mô tả biến cố C. ***Giải*** $\Omega_B = \{1,3,5\}$, $\Omega_C = \{1,2,3,5\}$
– Giáo viên phân tích khái niệm biến cố chắc chắn và biến cố không thể. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	– Biến cố chắc chắn: là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được kí hiệu là Ω. – Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi phép thử T được thực hiện. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$ và được kí hiệu là $\varnothing$.
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số	***Đề:*** Hãy liệt kê 1 biến cố chắc chắn và 1 biến cố không thể khi gieo 2 con súc sắc

1. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	liên tiếp. ***Đáp số:*** Có nhiều đáp số khác nhau, sau đây là một số thí dụ về 2 loại biến cố này: – Biến cố chắc chắn: "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt lớn hơn 1"; "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt là một số nguyên dương";.... – Biến cố không thể: "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt là 20"; "Hiệu số chấm xuất hiện trên mặt là 6";....

Hoạt động 2: **Nghiên cứu cách tính xác suất của biến cố**

Phiếu học tập số 2

+ Cách tính xác suất của biến cố ?

+ Áp dụng để tính cho bài toán sau:

Một người gọi điện thoại lại quên hai chữ số cuối cùng mà chỉ nhớ rằng hai chữ số đó là khác nhau. Tính xác suất gọi một lần đúng số điện thoại của người đó.

A. $\frac{1}{98}$ B. $\frac{1}{90}$ C. $\frac{1}{45}$ D. $\frac{1}{49}$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt câu hỏi: Khi gieo một con súc sắc. Hỏi trong 2 biến cố: "Số chấm xuất hiện trên mặt lớn hơn 3" và "Số chấm xuất hiện trên mặt lớn hơn 4" biến cố nào có nhiều khả năng xảy ra hơn? Học sinh suy nghĩ và trả lời. – Giáo viên đặt vấn đề: Trong cuộc sống hàng ngày, khi nói về biến cố ta thường nói biến cố này có nhiều khả năng xảy ra, biến cố kia có ít khả năng xảy ra, biến cố này có nhiều	Toán học đã định lượng hoá các khả năng này bằng cách gán cho mỗi biến cố một số không âm, nhỏ hơn hoặc bằng 1 gọi là xác suất của biến cố đó. Xác suất của biến cố A được kí hiệu là P(A). Nó đo lường khả năng khách quan sự xuất

khả năng xảy ra hơn biến cố kia.	hiện của biến cố A.
– Giáo viên phân tích ví dụ 4, từ đó đưa ra định nghĩa cổ điển của xác suất. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	*2. Xác suất của biến cố* *a) Định nghĩa cổ điển của xác suất* Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan đến phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, kí hiệu là P(A), được xác định bởi công thức $P(A)=\frac{\lvert\Omega_A\rvert}{\lvert\Omega\rvert}$ Như vậy, việc tính xác suất của biến cố A trong trường hợp này được quy về việc đếm số kết quả có thể của phép thử T và số kết quả thuận lợi cho A.
– Giáo viên hỏi học sinh: + P(A) nằm trong khoảng nào? + $P(\Omega) = ?,\ P(\varnothing) = ?$ – Học sinh trả lời.	Chú ý: + $0 \le P(A) \le 1$ + $P(\Omega) = 1,\ P(\varnothing) = 0$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh giải các bài tập ở ví dụ 5. a) + Số kết quả có thể xảy ra khi quay số là bao nhiêu? + Có bao nhiêu kết quả trúng? + Do đó xác suất trúng giải nhất của An là bao nhiêu? + Giả sử số vé của An là $\overline{abcd}$. + Kết quả quay số sẽ là bao	***Ví dụ 5.*** Một vé xổ số có 4 chữ số. Khi quay số, nếu vé bạn mua trùng hoàn toàn với kết quả thì bạn trúng giải nhất. Nếu vé bạn mua có đúng 3 chữ số của kết quả (kể cả vị trí thì bạn trúng giải nhì). Bạn An mua một vé xổ số. a) Tính xác suất để An trúng giải nhất b) Tính xác suất để An trúng giải nhì Giải a) Số kết quả có thể xảy ra khi quay số là $10^4 = 10.000$ Vì chỉ có một kết quả trúng nên xác suất trúng giải nhất của An là $\frac{1}{10.000} = 0,0001$ b) Giả sử số vé của An là $\overline{abcd}$ Để An trúng giải nhì thì kết quả quay số

nhiêu thì An sẽ trúng giải nhì? chúng có dạng như thế nào? có bao nhiêu kết quả như vậy? + Vì vậy xác suất để An trúng giải nhì là bao nhiêu?	phải là $\overline{abct}$, $\overline{abtd}$, $\overline{atcd}$, $\overline{tbcd}$: có 9.4 = 36 kết quả. Vì vậy xác suất trúng giải nhì của An là $\frac{36}{10.000} = 0,0036$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở ví dụ 6 trong sách giáo khoa. – Cá nhân học sinh thực hiện theo sự định hướng của giáo viên. – Giáo viên nhận xét	***Ví dụ 6.*** Một cỗ bài tú lơ khơ gồm 52 quân bài chia thành bốn chất: cơ, rô (màu đỏ), pích, nhép (màu đen). Mỗi chất có 13 quân bài là: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A. Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài. Tính xác suất để trong 5 quân bài đó ta có một bộ. Đáp số $\frac{13.48}{C_{52}^{5}} \approx 0,00024$
– Giáo viên phân tích: Trong định nghĩa cổ điển của xác suất ta cần giả thiết phép thử T có một số hữu hạn các kết quả có thể và các kết quả này là đồng khả năng không được thoả mãn. Chẳng hạn khi gieo một con súc sắc không cân đối thì mặt trái của con súc sắc không có cùng khả năng xuất hiện. Trong trường hợp đó, ta sử dụng định nghĩa sau đây, gọi là định nghĩa thống kê của xác suất.	*b) Định nghĩa thống kê của xác suất* Xét phép thử T và biến cố A liên quan đến phép thử đó. Ta tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê xem biến cố A xuất hiện bao nhiêu lần. – Số lần xuất hiện biến cố A được gọi là tần số của A trong N lần thực hiện phép thử T. – Tỉ số giữa tần số của A với số N được gọi là tần suất của A trong N lần thực hiện phép thử T.
Giáo viên phân tích: Số lần thử N càng lớn thì tần suất của A càng gần với một số xác định, số đó được gọi là xác suất của A theo nghĩa thống kê (số này cũng chính là P(A) trong định nghĩa cổ điển của xác suất).	– Như vậy, tần suất được xem như giá trị gần đúng của xác suất. Trong khoa học thực nghiệm, người ta thường lấy tần suất làm xác suất. Vì vậy tần suất còn được gọi là xác suất thực nghiệm.
– Giáo viên phân tích ví dụ 7 và ví dụ 8. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	

– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	*Kết quả phiếu học tập số 2* $P = \frac{1}{A_{10}^{2}} = \frac{1}{90}$ (chọn phương án B)

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

Giáo viên yêu cầu học sinh phát biểu lại các khái niệm:

+ Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, biến cố, biến cố chắc chắn, biến cố không thể.

+ Định nghĩa cổ điển của xác suất và viết được biểu thức tính nó.

+ Định nghĩa thống kê của xác suất, khái niệm tần suất.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

– Ôn lại các khái niệm, định nghĩa đã học trong bài.

– Giải tất cả các bài tập trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

§5. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

– Phát biểu được các khái niệm: Biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối, biến cố giao, biến cố độc lập.

– Phát biểu và viết được biểu thức biểu diễn quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được các kĩ năng vận dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải các bài toán về xác suất.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Nghiên cứu quy tắc cộng xác suất**

Phiếu học tập số 1

+ Quy tắc cộng xác suất ?

+ Áp dụng quy tắc cộng xác suất để giải bài tập:

Gieo 3 lần liên tiếp một con súc sắc. Tính xác suất của biến cố "Tổng số chấm nhỏ hơn 16"?

A. $\frac{5}{118}$ B. $\frac{5}{106}$ C. $\frac{5}{108}$ A. $\frac{5}{107}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đưa ra khái niệm biến cố hợp. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên phân tích ví dụ 1 ở sách giáo khoa: Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Toán" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Văn". Khi đó $A \cup B$ là biến cố gì? + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá. – Giáo viên đưa ra khái niệm tổng quát.	***1. Quy tắc cộng xác suất*** *a) Biến cố hợp* Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$ hoặc $\Omega_A \cup \Omega_B$. Ví dụ 1. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Toán" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Văn". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Văn" ***Tổng quát*** Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$. Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$" xảy ra, kí hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$, được gọi là hợp của k biến cố đó.
– Giáo viên đưa ra hai biến cố khi gieo con súc sắc: Biến cố A: "Số chấm xuất hiện trên mặt con súc sắc là 2 ". Biến cố B: "Số chấm xuất hiện trên mặt con súc sắc là 3 ". + Có nhận xét gì về hai biến cố này? chúng có đồng thời xảy ra được không?	*b) Biến cố xung khắc*

+ Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời. + Giáo viên nhận xét.	
– Giáo viên đưa ra khái niệm biến cố xung khắc. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	– Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.
– Để A và B là hai biến cố xung khắc thì $\Omega_A \cap \Omega_B = ?$ + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời. + Giáo viên nhận xét.	– Hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu $\Omega_A \cap \Omega_B = \varnothing$
– Giáo viên phân tích ví dụ 2 ở sách giáo khoa: Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh khối 10" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh khối 11". Hỏi hai biến cố A và B có phải là hai biến cố xung khắc không? + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	***Ví dụ 2.*** Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh khối 10" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh khối 11". Khi đó A và B là hai biến cố xung khắc
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H1. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	***H1.*** Xét ví dụ 1. Hỏi A và B có phải là hai biến cố xung khắc không? *Trả lời* A và B không phải là hai biến cố xung khắc.
– Giáo viên thông báo quy tắc cộng xác suất. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	*c) Quy tắc cộng xác suất* Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad (1)$
– Giáo viên định hướng giúp học sinh giải bài tập ở ví dụ 3:	***Ví dụ 3.*** Một chiếc hộp có chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.

+ Để kết quả nhận được là số chẵn thì hai thẻ rút ra phải như thế nào? + Gọi A là biến cố "Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ", B là biến cố "Cả hai thẻ rút được là chẵn". Khi đó biến cố "Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn" là gì? + P(A) = ? + P(B) = ? + $P(A \cup B) = ?$	*Giải* Kết quả nhận được là số chẵn khi và chỉ khi trong hai thẻ có ít nhất một thẻ chẵn. Gọi A là biến cố "Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ", B là biến cố "Cả hai thẻ rút được là chẵn". Khi đó biến cố "Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn" là $A \cup B$. Vì có 4 thẻ chẵn và 5 thẻ lẻ nên $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1}{C_9^2} = \frac{20}{36}$ $P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}$ Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = \frac{20}{36} + \frac{6}{36} = \frac{13}{18}$
– Giáo viên thông báo khái niệm biến cố đối. – Giáo viên hỏi học sinh: Nếu Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là gì?	*d) Biến cố đối* – Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra A", kí hiệu là $\overline{A}$, được gọi là biến cố đối của A. – Nếu Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là $\Omega \setminus \Omega_A$
– Giáo viên lưu ý học sinh. + Học sinh tiếp thu, ghi nhớ. – Giáo viên yêu cầu học sinh lấy thí dụ về vấn đề này. Học sinh lấy thí dụ. Giáo viên nhận xét.	Chú ý: Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Tuy nhiên hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau. Chẳng hạn trong ví dụ 2, A và B là hai biến cố xung khắc nhưng không phải là hai biến cố đối nhau.

– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm mối liên hệ giữa $P(\overline{A})$ và P(A): + Kí hiệu $S = \overline{A} \cup A$. Khi đó P(S) được tính như thế nào? + Mặt khác P(S) = ? – Từ đó giáo viên hợp thức hoá, đưa ra định lí.	ĐỊNH LÍ Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
– Giáo viên đưa ra định hướng giúp học sinh trả lời câu hỏi H2. + Gọi A là biến cố "Kết quả thu được là một số lẻ ". B là biến cố "Kết quả thu được là một số chẵn". Khi đó A và B quan hệ với nhau như thế nào? + Do đó P(A) được tính như thế nào?	*H2.* Xét thí dụ 3. Tính xác suất để kết quả thu được là một số lẻ. *Giải* Gọi A là biến cố "Kết quả thu được là một số lẻ ", khi đó biến cố "Kết quả thu được là một số chẵn" là $\overline{A}$. Do đó: $P(A) = 1 - P(\overline{A})$ $= 1 - \frac{13}{18} = \frac{5}{18}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở ví dụ 4 sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	*Ví dụ 4.* Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. a) Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu. b) Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu. *Đáp số* a) $\frac{5}{18}$ b) $\frac{13}{18}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 1. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Kết quả phiếu học tập số 1*** Xác suất để "Tổng số chấm nhỏ hơn 16" là $\frac{5}{108}$. (chọn phương án C)

Hoạt động 2. Nghiên cứu quy tắc nhân xác suất

Phiếu học tập số 2

+ Nội dung quy tắc nhân xác suất ?

+ Áp dụng quy tắc nhân xác suất để giải bài tập

Có 30 bóng đèn trong đó có 6 bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên ba lần 3 bóng. Tính xác suất để được ba bóng màu xanh.

A. $\frac{1}{203}$ B. $\frac{2}{203}$ C. $\frac{3}{203}$ D. $\frac{5}{203}$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đưa ra khái niệm biến cố giao. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***2. Quy tắc nhân xác suất*** *a) Biến cố giao* Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B. Nếu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A và B thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho AB là $\Omega_A \cap \Omega_B$
– Giáo viên phân tích ví dụ 5 ở sách giáo khoa: Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Toán" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Văn". Khi đó biến cố giao của A và B là biến cố gì? – Giáo viên đưa ra khái niệm tổng quát. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	***Ví dụ 5.*** Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Gọi A là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Toán" và B là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi Văn". Khi đó AB là biến cố "Bạn đó là học sinh giỏi cả Toán và Văn" ***Tổng quát*** Cho k biến cố A_1, A_2,..., A_k. Biến cố "Tất cả k biến cố A_1, A_2,...,A_k đều xảy ra", kí hiệu là $A_1A_2...A_k$, được gọi là giao của k biến cố đó.
– Giáo viên đưa ra khái niệm biến cố độc lập sau đó xét trường hợp tổng quát của nó. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	*b) Biến cố độc lập* Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

	Tổng quát Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$; k biến cố này được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi biến cố không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.
– Giáo viên đưa ra quy tắc nhân Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.	*c) Quy tắc nhân xác suất* Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB) = P(A).P(B)$ Nhận xét: Nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập với nhau.
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H3. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá kiến thức.	***H3.*** Cho hai biến cố A và B xung khắc a) Chứng tỏ rằng $P(AB) = 0$ b) Nếu $P(A) > 0$ và $P(B) > 0$ thì hai biến cố A và B có độc lập với nhau không?
– Giáo viên định hướng cho học sinh giải bài tập ở ví dụ 7 trong sách giáo khoa: + Gọi A là biến cố "Động cơ I chạy tốt", B là biến cố "Động cơ II chạy tốt". + Khi đó biến cố "Cả hai động cơ đều chạy tốt" là gì? xác suất của nó được tính như thế nào? + Biến cố "Cả hai động cơ đều chạy không tốt" là gì? xác suất của nó được tính như thế nào? + Biến cố "Có ít nhất một động cơ chạy không tốt" là gì? xác suất của nó được tính như thế nào?	***Ví dụ 7.*** Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là 0,8 và 0,7. Hãy tính xác suất để: a) Cả hai động cơ đều chạy tốt b) Cả hai động cơ đều chạy không tốt c) Có ít nhất một động cơ chạy không tốt. Giải Gọi A là biến cố "Động cơ I chạy tốt", B là biến cố "Động cơ II chạy tốt". a) $P(AB) = P(A).P(B) = 0,8.0,7 = 0,56$ b) $P(\overline{A}\,\overline{B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B})$ $= (1 - P(A))(1 - P(B))$ $= 0,2.0,3 = 0,06$ c) $P(\overline{\overline{A}\,\overline{B}}) = 1 - P(\overline{A}\,\overline{B})$ $= 1 - 0,06 = 0,94$

– Từ đó giáo viên đưa ra quy tắc nhân xác suất cho nhiều biến. + Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Quy tắc nhân xác suất cho nhiều biến cố: $P(A_1A_2...A_k) = P(A_1)P(A_2)...P(A_k)$
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Kết quả phiếu học tập số 2*** Xác suất để được ba bóng màu xanh là: $\frac{C_6^1}{C_{30}^1}\cdot\frac{C_5^1}{C_{29}^1}\cdot\frac{C_4^1}{C_{28}^1} = \frac{1}{203}$ (chọn phương án A)

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện các công việc sau:

+ Phát biểu lại các khái niệm: Biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối, biến cố giao, biến cố độc lập.

+ Phát biểu và viết được biểu thức biểu diễn quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

– Ôn lại các khái niệm, quy tắc đã học trong bài.

– Giải tất cả các bài tập trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

§6. BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

– Phát biểu được khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

– Viết được biểu thức tính giá trị kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được các kĩ năng sau:

– Kĩ năng vận dụng các kiến thức đã học để tính giá trị các đại lượng: kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn.

– Kĩ năng lập bảng phân phối xác suất của một biến ngẫu nhiên rời rạc.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Nghiên cứu khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc**

Phiếu học tập số 1

Các đại lượng nào sau đây là biến ngẫu nhiên rời rạc?

A. Tổng số chấm xuất hiện trên con súc sắc sau 3 lần gieo liên tiếp

B. Hoành độ của một điểm nằm trong khoảng đường tròn có tâm là gốc toạ độ và bán kính 1 đơn vị trong hệ toạ độ Oxy.

C. Tổng số lần xuất hiện mặt sấp của đồng xu sau 100 lần gieo

D. Cả A và B.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phân tích ví dụ 1 ở sách giáo khoa, hướng dẫn học sinh rút ra khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc. Học sinh thực hiện theo sự định hướng của giáo viên.	*1. Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc* Đại lượng X được gọi là một biến ngẫu nhiên rời rạc nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 1. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	***Đáp án phiếu học tập số 1*** Trong các đại lượng kể trên, các đại lượng là biến ngẫu nhiên rời rạc gồm: – Tổng số chấm xuất hiện trên con súc sắc sau 3 lần gieo liên tiếp – Tổng số lần xuất hiện mặt sấp của đồng xu sau 100 lần gieo (chọn phương án D)

Hoạt động 2: **Nghiên cứu phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc**

Phiếu học tập số 2

Xác suất đạt điểm 5, 6, 7, 8, 9, 10 của một học sinh được thể hiện ở bảng phân phối xác suất như sau:

X	5	6	7	8	9	10
P	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1

Tính xác suất để học sinh này đạt điểm xuất sắc (từ 9 điểm trở lên).

A. 0,1 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,4

<table>
<tr><th>Hoạt động của thầy và trò</th><th>Nội dung kiến thức</th></tr>
<tr>
<td>– Giáo viên phân tích, đưa ra bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc.
– Học sinh tiếp thu, ghi nhớ.</td>
<td><i>2. Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc</i>
Giả sử X là một biến ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $\{x_1, x_2, ... x_n\}$. Để hiểu rõ hơn về X, ta thường quan tâm đến xác suất để X nhận giá trị x_k tức là các số $P(X = x_k) = p_k$ với k = 0, 1, 2,...n
Các thông tin về X như vậy được trình bày dưới dạng bảng sau, được gọi là bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc.
<table>
<tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>...</td><td>x_n</td></tr>
<tr><td>P</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>...</td><td>p_n</td></tr>
</table>
Lưu ý rằng: $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$</td>
</tr>
<tr>
<td>– Giáo viên phân tích ví dụ 2 ở sách giáo khoa, giúp học sinh biết được ý nghĩa của bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên rời rạc.
Dựa vào bảng phân phối xác suất, hãy cho biết:
+ Xác suất để tối thứ 7 trên đoạn đường A không có vụ vi phạm giao thông nào?
+ Xác suất để xảy ra nhiều nhất một vụ vi phạm giao thông?
+ Xác suất để xảy ra vi phạm giao thông?</td>
<td><i>Ví dụ 2.</i> Số vụ vi phạm giao thông trên đoạn đường A vào tối thứ 7 hàng tuần là một đại lượng ngẫu nhiên rời rạc X. Giả sử X có bảng phân phối xác suất như sau:
<table>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>P</td><td>0,1</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,1</td></tr>
</table>
Từ đó ta có:
– Xác suất để tối thứ 7 trên đoạn đường A không có vụ vi phạm giao thông nào là 0,1.
– Xác suất để xảy ra nhiều nhất một vụ vi phạm giao thông là 0,1 + 0,2 = 0,3.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>– Xác suất để xảy ra vi phạm giao thông là: 1 – 0,1 = 0,9
(hoặc 0,2+ 0,3+ 0,2+ 0,1+ 0,1 = 0,9)</td></tr>
<tr><td>– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H1.
+ Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời
+ Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.</td><td><i>H1.</i> Tính xác suất để tối thứ bảy trên đoạn đường A.
a) Có hai vụ vi phạm luật giao thông.
b) Có nhiều hơn ba vụ vi phạm luậ giao thông.
Giải
a) Xác suất để xảy ra hai vụ vi phạm luật giao thông là 0,3.
b) Xác suất để có nhiều hơn ba vụ v phạm luật giao thông là: 0,1 + 0,1 = 0,2.</td></tr>
<tr><td>– Giáo viên phân tích ví dụ 3 ở sách giáo khoa.
+ X có phải là biến ngẫu nhiên rời rạc không?
+ X có thể nhận những giá trị nào?
+ P (X = 0) = ?
+ P (X = 1) = ?
+ P (X = 2) = ?
+ P (X = 3) = ?
+ Lập bảng phân phối xác suất của X?</td><td><i>Ví dụ 3.</i> Một túi đựng 6 viên bi đỏ v 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên b viên bi. Gọi X là số viên bi xanh trong 3 viên bi được chọn ra.
Rõ ràng X là biến ngẫu nhiên rời rạ nhận giá trị trong tập $\{0,1,2,3\}$
$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$
$P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$
$P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$
$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$
Bảng phân phối xác suất
<table>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>P</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{3}{10}$</td><td>$\frac{1}{30}$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 2.</td><td><i>Đáp án phiếu học tập số 2</i>
Xác suất để học sinh này đạt điể xuất sắc là 0,1 + 0,1 = 0,2</td></tr>
</table>

+ Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét

Hoạt động 3: **Nghiên cứu giá trị kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc**

Phiếu học tập số 3
+ Thế nào là giá trị kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc ? + Gọi X là điểm đạt được của học sinh nói trong phiếu học tập số 2. Hãy tính giá trị kì vọng của X. A. 6,5 B. 6,8 C. 6,9 D. 7,2

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên thông báo định nghĩa kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	*3. Kì vọng* Định nghĩa: Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kì vọng của X, kí hiệu là E(X), là một số được tính theo công thức $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n$ $= \sum_{i=1}^{n} x_ip_i$ Ở đó $p_i = P(X = x_i)$, (i = 1, 2,.., n).
– Giáo viên nêu ý nghĩa của E(X). Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***Ý nghĩa:*** E(X) là một số cho ta ý niệm về độ lớn trung bình của X, vì thế kì vọng E(X) còn được gọi là giá trị trung bình của X.
– Giáo viên hỏi học sinh: Có thể khẳng định rằng kì vọng X thuộc tập các giá trị của X hay không? + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	Nhận xét: Kì vọng X không nhất thiết phải thuộc tập các giá trị của X
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm ví dụ 4 ở sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ,	***Ví dụ 4.*** Gọi X là số vụ vi phạm luật giao thông trong đêm thứ bảy ở đoạn đường A nói trong ví dụ 2. Tính E(X).

tính E(X) + Giáo viên nhận xét. – Giáo viên hỏi: Kết quả thu được nói lên điều gì? + Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời. + Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	Giải $E(X) = 0.\ 0{,}1 + 1.\ 0{,}2 + 2.\ 0{,}3 + 3.\ 0{,}2$ $+ 4.\ 0{,}1 + 5.\ 0{,}1 = 2{,}3$ Như vậy, ở đoạn đường A mỗi tối thứ bảy có trung bình 2,3 vụ vi phạm luật giao thông.
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 3. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	Đáp án phiếu học tập số 3 $E(X) = 5.0{,}2 + 6.0{,}3 + 7.0{,}2$ $+ 8.0{,}1 + 9.0{,}1 + 10.0{,}1$ $= 6{,}9$ (chọn phương án C)

Hoạt động 4: **Nghiên cứu giá trị phương sai và độ lệch chuẩn**

Phiếu học tập số 4

+ Thế nào là giá trị phương sai và độ lệch chuẩn ?

+ Gọi X là điểm đạt được của học sinh nói trong phiếu học tập số 2. Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của X.

A. $V(X) = 2{,}49; \sigma(X) = 1{,}58$ B. $V(X) = 3{,}25; \sigma(X) = 1{,}80$

C. $V(X) = 2{,}23; \sigma(X) = 1{,}49$ D. $V(X) = 4{,}53; \sigma(X) = 2{,}13$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên thông báo định nghĩa phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***4. Phương sai và độ lệch chuẩn*** *a) Phương sai* Định nghĩa: Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ Phương sai của X, kí hiệu V(X), là một số được tính theo công thức $V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + ...$ $+ (x_n - \mu)^2 p_n$ $= \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$

– Giáo viên thông báo ý nghĩa phương sai. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	Ở đó $p_i = P(X = x_i)$, $(i = 1, 2, ..., n)$ và $\mu = E(X)$ ***Ý nghĩa:*** Phương sai là một số không âm. Nó cho ta một ý niệm về mức độ phân tán các giá trị của X xung quanh giá trị trung bình. Phương sai càng lớn thì độ phân tán này càng lớn.
– Giáo viên thông báo định nghĩa độ lệch chuẩn. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	***b) Độ lệch chuẩn*** *Định nghĩa:* Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là $\sigma(X)$, được gọi là độ lệch chuẩn của X. Ta có: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm ví dụ 5 ở sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tính $V(X)$, $\sigma(X)$ + Giáo viên nhận xét. – Giáo viên lưu ý học sinh. Sau đó chứng minh công thức $V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - \mu^2$ Chứng minh Theo định nghĩa ta có	***Ví dụ 5.*** Gọi X là số vụ vi phạm luật giao thông vào tối thứ bảy nói trong ví dụ 2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của X. Giải $V(X) = (0-2,3)^2.0,1 + (1-2,3)^2.0,2$ $+ (2-2,3)^2.0,3 + (3-2,3)^2.0,2$ $+ (4-2,3)^2.0,1 + (5-2,3)^2.0,1$ $= 2,01$ $\sigma(X) = \sqrt{2,01} \approx 1,418$ Chú ý: Có thể tính V(X) bằng công thức $V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - \mu^2$

$V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i$ $=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 p_i-2\mu\sum_{i=1}^{n}x_i p_i+\mu^2\sum_{i=1}^{n}p_i$ $=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 p_i-2\mu^2+\mu^2$ $=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 p_i-\mu^2$ (đpcm)	
– Giáo viên yêu cầu học sinh sử dụng công thức trên để giải ví dụ 6 ở sách giáo khoa. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tính V(X). + Giáo viên nhận xét.	***Ví dụ 6.*** Dùng công thức (1) để tính phương sai của số vụ vi phạm luật giao thông trong ví dụ 2. Ta có: $V(X)=0^2.0,1+1^2.0,2+2^2.0,3$ $+4^2.0,1+5^2.0,1-2,3^2$ $=2,01$
– Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 4. + Cá nhân học sinh thực hiện. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét	Đáp án phiếu học tập số 4 $V(X)=5^2.0,2+6^2.0,3+7^2.0,2$ $+8^2.0,1+9^2.0,1+10^2.0,1-6,9^2$ $=2,49$ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{2,49}\approx 1,58$ (chọn phương án A)

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Giáo viên yêu cầu học sinh phát biểu lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

. – Giáo viên nhắc lại biểu thức tính giá trị kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn, nêu phương pháp tính các đại lượng này.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

- Ôn lại các khái niệm, quy tắc đã học trong bài.
- Giải tất cả các bài tập trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

LUYỆN TẬP

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

– Giúp học sinh củng cố lại kiến thức đã học về xác suất như:

+ Các khái niệm: Biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối, biến cố giao, biến cố độc lập.

+ Quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất.

– Rèn luyện kĩ năng vận dụng các quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải các bài toán về xác suất.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm các bài tập về nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Hoạt động 1: **Ôn tập kiến thức**

Phiếu học tập số 1

Các kiến thức cần nhớ:

+ Các khái niệm: Biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối, biến cố giao, biến cố độc lập.

+ Quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất.

+Vận dụng các quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải các bài toán về xác suất.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung bài học**
– Giáo viên gọi lần lượt từng học sinh đứng tại chỗ trả lời các nội dung như trong phiếu học tập số 1. + Cả lớp cùng lắng nghe và cùng với giáo viên bổ sung và hoàn thiện câu trả lời, ghi vào phiếu học tập của mình.	+ Các khái niệm: Biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố đối, biến cố giao, biến cố độc lập. + Quy tắc cộng và quy tắc nhân xác suất. +Vận dụng các quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải các bài toán về xác suất.

Hoạt động 2: **Bài tập luyện tập**

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung bài học
– Giáo viên định hướng để học sinh giải bài tập 1.	**Bài tập 1.** Chọn ngẫu nhiên 3 bạn từ một tổ có 6 bạn nam, 4 bạn nữ để làm trực nhật. Tính xác suất sao cho trong đó: a) Cả 3 bạn đều là nam. b) Có đúng 2 bạn nam. c) Có ít nhất 1 bạn nữ. Giải:
+ Mỗi cách chọn 3 bạn làm trực nhật có tính đến thứ tự lựa chọn không?	Mỗi kết quả của phép thử là một tổ hợp chập 3 của 10 học sinh. Vậy $N(\Omega) = C_{10}^{3} = 120$.
+ Để chọn được 3 bạn nam ta phải thực hiện như thế nào?	a) Gọi A là biến cố cả 3 bạn được chọn đều là nam. Mỗi kết quả của A là 1 tổ hợp chập 3 của 6 học sinh nam. Vậy $N(A) = C_6^3 = 20$. Do đó: $P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$
+ Để chọn được đúng 2 bạn nam ta phải thực hiện mấy bước chọn?	b) Gọi B là biến cố trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nam. Mỗi kết quả của B được chọn như sau: – Chọn 2 bạn nam từ 6 bạn: có $C_6^2 = 15$ cách. – Chọn 1 bạn nữ từ 4 bạn: có 4 cách Theo quy tắc nhân ta có $N(B) = 15.4 = 60$ Vậy: $P(B) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$.
+ Biến cố chọn được ít nhất một bạn nữ có những khả năng nào? Biến cố đối của nó là biến cố nào?	c) Gọi C là biến cố trong 3 bạn được chọn có ít nhất một bạn nữ. Ta có: $C = \overline{A}$. Vậy $P(C) = P(\overline{A})$ $= 1 - P(A)$ $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

– Giáo viên định hướng để học sinh giải bài tập 2: + Mỗi cách lấy 2 chiếc giày có tính thứ tự lấy không? + Có mấy cách lấy được một đôi.	**Bài tập 2.** Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 4 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất sao cho 2 chiếc đã chọn tạo thành một đôi. Giải: Mỗi cách lấy 2 chiếc giày từ 8 chiếc là một tổ hợp chập 2 của 8 phần tử. Do đó: $N(\Omega) = C_8^2 = 28$ Gọi A là biến cố lấy được 2 chiếc tạo thành một đôi thì N(A) = 4. Vậy: $P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$
– Giáo viên gọi 1 học sinh lên bảng làm bài tập 3. – Sau đó giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 3.** Lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu từ 15 quả đánh số từ 1 đến 15. Giả sử n là số ghi trên quả cầu lấy ra. a) Tính xác suất để $n \geq 10$ b) Nếu n chẵn, tính xác suất để $n \geq 10$ Giải: $N(\Omega) = 15$ Gọi A:"$n \geq 10$", B:"n chẵn" Ta có: N(A) = 6, N(B) = 7 $A \cap B = \{10, 12, 14\}$ $N(A \cap B) = 3$ a) $P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ b) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{15} : \frac{7}{15} = \frac{3}{7}$
– Giáo viên gọi 1 học sinh lên bảng làm bài tập 4. – Sau đó giáo viên kiểm tra, nhận xét.	**Bài tập 4.** Hai xạ thủ độc lập bắn vào bia. Xác suất bắn trúng (bởi một viên) của người 1 và người 2 lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{5}$. Tính xác suất của các biến cố sau: A: "Người thứ nhất bắn trượt" B: "Cả hai cùng bắn trúng" C: "Cả hai cùng bắn trượt" D: "Có ít nhất 1 người bắn trúng"

	Giải: Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố người 1 và người 2 bắn trúng. Ta có A_1, A_2 là 2 biến cố độc lập và: $P(A_1) = \frac{1}{3}$, $P(A_2) = \frac{1}{5}$. a) $P(A) = P(\overline{A_1}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$ b) $P(B) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2)$ $= \frac{1}{15}$ c) $P(C) = P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2})$ $= \frac{8}{15}$ d) $P(D) = P(A_1 \cup A_2)$ $= P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$ $= \frac{7}{15}$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ôn lại các khái niệm, quy tắc đã học trong bài.
- Giải tất cả các bài tập còn lại trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

Chương III

DÃY SỐ . CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

Trong chương này chúng ta sẽ làm quen với phương pháp quy nạp toán học, một trong những phương pháp hữu hiệu để nghiên cứu dãy số trong toán học. Ngoài ra, nội dung của chương còn giới thiệu một loại hàm số mới đó là dãy số, đồng thời giúp tìm hiểu một số vấn đề xung quanh hai loại dãy số đặc biệt là cấp số cộng và cấp số nhân.

§1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được phương pháp chứng minh quy nạp.

– Vận dụng chứng minh các mệnh đề chứa biến lấy giá trị trên tập $\mathbb{N}$.

– Vận dụng vào việc giải một số bài tập đơn giản trong sách giáo khoa.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và tóm tắt các kiến thức cơ bản trong bài.

– Học sinh đọc trước bài mới phần phương pháp chứng minh quy nạp.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: không
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Phương pháp quy nạp toán học**

Phiếu học tập số 1

+ Phương pháp chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) với mọi giá trị nguyên dương của biến n ?

+ Chứng minh rằng: với mọi giá trị n nguyên dương ta luôn có:

$$1.2 + 2.3 + \dots\dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

+ Áp dụng các bước chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) với mọi giá trị nguyên dương của biến n để chứng minh:

$$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

+ Chứng minh đẳng thức sau bằng phương pháp quy nạp toán học:

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + ... + \frac{1}{(n-1)(2n-1)} = \frac{n}{2n+1}, \quad \forall n \in N^*$$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề về sự cần thiết phải chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) với mọi giá trị nguyên dương của biến n ở những bài toán trong thực tế, từ đó cùng học sinh xét bài toán tổng quát (có thể tiến hành tương tự như trong sách giáo khoa).	– Xét bài toán: Chứng minh rằng: với mọi giá trị n nguyên dương ta luôn có: $1.2 + 2.3 + ... + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
– Yêu cầu học sinh kiểm tra kết quả bài toán thông qua việc thay giá trị của n bằng số bất kì nào đó, sau đó trả lời câu hỏi H1.	– Kiểm tra kết quả bằng thay giá trị của n + Khi n = 1 + Khi n bất kì
+ Hướng dẫn học sinh rút ra kết luận và biểu thức tổng quát	⇒ Kết luận có tính quy nạp: “Với k là một số nguyên dương tuỳ ý, nếu đẳng thức trên đúng khi n = k thì cũng đúng khi n = (k + 1)” $1.2 + 2.3 + ... + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$
– Chứng minh biểu thức tổng quát	– Cách chứng minh (như SGK)
+ Hướng dẫn học sinh khái quát hóa và rút ra các bước chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) với mọi giá trị nguyên dương của biến n	+ Để chứng minh những mệnh đề liên quan đến số tự nhiên $n \in N^*$ là đúng với mọi n ta làm như sau: *Bước 1: (bước cơ sở hay bước khởi đầu).* Kiểm tra rằng mệnh đề chứa biến A(n) đúng khi n =1
– Giáo viên phân nhóm học sinh tương ứng với số câu hỏi trong phiếu học tập số 1 và yêu cầu các nhóm hoàn thành trả lời câu hỏi của mình. Gọi học sinh đại diện	*Bước 2:* Giả thiết rằng mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$ (gọi là giả thiết quy nạp), chứng minh rằng nó cũng đúng với n = k + 1.

của nhóm trình bày, cả lớp cùng góp ý sau đó học sinh ghi vào vở những đáp án đúng.	Phương pháp trên gọi là *phương pháp chứng minh quy nạp* hay còn gọi là *phương pháp quy nạp*.

Hoạt động 2: **Một số thí dụ áp dụng**

Phiếu học tập số 2

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có:

$$1.4 + 2.7 + 3.10 + ... + n.(3n + 1) = n(n + 1)^2$$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh bài tập ở ví dụ 1 trong sách giáo khoa.	***Ví dụ 1.*** Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta luôn có $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \qquad (1)$,
– Kiểm tra xem (1) có đúng với n = 1 hay không?	Giải – Với n = 1, ta có $(1) \Leftrightarrow 1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}$ $\Leftrightarrow 1 = 1$ (hiển nhiên đúng) Như vậy (1) đúng với n = 1.
– Giả sử (1) đúng với n = k, $k \in \mathbb{N}^*$, ta thu được điều gì?	– Giả sử (1) đúng với n = k, $k \in N^*$, tức là $1^3 + 2^3 + ... + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} \qquad (2)$
– Hãy chứng minh (1) cũng đúng khi n = k + 1.	Ta sẽ chứng minh nó cũng đúng khi n = k + 1, tức là $1^3 + 2^3 + ... + k^3 + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$ Thật vậy từ (2) ta có $1^3 + 2^3 + ... + k^3 + (k+1)^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)$ $= \frac{(k+1)^2}{4}.(k^2 + 4k + 4)$

	$=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$ (đpcm)
– Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập ở H2 và H3. – Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. – Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	***H2***. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta luôn có $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ ***H3***. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có $1^2+3^2+...+(2n-1)^2=\frac{n(4n^2-1)}{3}$
– Giáo viên lưu ý học sinh. – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	CHÚ Ý Trong thực tế, ta còn gặp các bài toán với yêu cầu chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương $n \geq p$, trong đó p là một số nguyên dương cho trước. Trong trường hợp này, để giải quyết bài toán đặt ra bằng phương pháp quy nạp, ở bước 1, ta cần chứng minh A(n) là mệnh đề đúng khi n = p và ở bước 2 cần xét giả thiết quy nạp với k là số nguyên dương tuỳ ý thoả mãn $k \geq p$.
Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh bài tập ở ví dụ 2 trong sách giáo khoa. – Ở bài này, $n \geq 3$ do vậy ở bước 1 ta cần chứng minh (3) đúng với giá trị nào của n? – Kiểm tra xem (3) có đúng với n = 3 hay không? – Giả sử (3) đúng với n = k, $k \in N^*$, $k \geq 3$, ta thu được điều gì? – Hãy chứng minh (3) cũng đúng khi n = k + 1.	***Ví dụ 2.*** Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương $n \geq 3$, ta luôn có $2^n > 2n+1$ (3) Giải – Với n = 3, ta có: (5) ⇔ $2^3 > 2.3+1$: Hiển nhiên đúng Như vậy (3) đúng với n = 3 – Giả sử (3) đúng với n = k, $k \in N^*$ và $k \geq 3$, tức là $2^k > 2k+1$ Bây giờ ta chứng minh nó đúng khi n= k+1, tức là $2^{k+1} > 2(k+1)+1$ Thật vậy, từ giả thiết quy nạp, ta có

	$2^{k+1} = 2.2^k > 2(2k+1) > 2(k+1)+1$ Vậy (3) đúng với mọi số nguyên dương $n \geq 3$
– Giáo viên yêu cầu cá nhân học sinh giải bài tập ở phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên kiểm tra, nhận xét.	

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

Giáo viên yêu cầu học sinh nêu lại các bước chứng minh một mệnh đề chứa biến A(n) bằng phương pháp quy nạp toán học.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

– Giải các bài tập còn lại trong sách giáo khoa (thuộc phần này).

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm vững phương pháp chứng minh quy nạp.

– Rèn luyện kĩ năng chứng minh các mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp

– Rèn luyện kĩ năng vận dụng phương pháp quy nạp để giải một số bài toán cụ thể trong sách giáo khoa.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập, các bài tập điển hình và lí thuyết về phương pháp quy nạp

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và học kĩ lí thuyết về cách chứng minh một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: – Nêu các bước chứng minh quy nạp?
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa**

Phiếu học tập số 1

– Các bước để chứng minh một mệnh đề theo phương pháp quy nạp

– Chứng minh rằng:

+ Với mọi số nguyên dương $n \geq 3$ ta luôn có: $2^n > 2n + 1$

+ Với mọi số nguyên dương n ta luôn có:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

+ Với mọi số nguyên dương n ta luôn có:

$$2^2 + 4^2 + ... + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

+ Với mọi số nguyên dương n ta luôn có:

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Chia học sinh thành 4 nhóm học tập, sau đó giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Thảo luận và giải vào phiếu, chuẩn bị trình bày nếu được gọi:	
– Gọi một học sinh trình bày các bước để chứng minh một mệnh đề theo phương pháp quy nạp.	– *Bước 1: (bước cơ sở hay bước khởi đầu).* Kiểm tra rằng mệnh đề chứa biến A(n) đúng khi n =1 *Bước 2:* Giả thiết rằng mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$(gọi là giả thiết quy nạp), chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.
+ Nhóm 1: Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương $n \geq 3$ ta luôn có: $2^n > 2n + 1$	– Dùng phương pháp quy nạp: + Với n = 3 ta có: $2^n = 8$ và $2n + 1 = 7$ – Vì $8 > 7 \Rightarrow 2^n > 2n + 1$ đúng khi n = 3. – Giả sử $2^n > 2n + 1$ đúng khi n = k ($k \in N^*$) và $k \geq 3$ khi đó: $2^k > 2k + 1$ – Ta sẽ chứng minh nó đúng với(k + 1). $2^{k+1} > 2(k + 1) + 1$. Vì $2^{k+1} = 2.2^k$

	$> 2(2k + 1) = 4k + 2 > 2k + 3 = 2(k + 1) + 1$.
+ Nhóm 2: Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương n ta luôn có: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	+ Sử dụng tương tự các bước như trên ta sẽ chứng minh được như yêu cầu của đề ra.
+ Nhóm 3: Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương n ta luôn có: $2^2 + 4^2 + \dots (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$	+ Sử dụng tương tự các bước như trên ta sẽ chứng minh được như yêu cầu của đề ra.
+ Nhóm 4: Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương n ta luôn có: $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$ – Đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	+ Sử dụng tương tự các bước như trên ta sẽ chứng minh được như yêu cầu của đề ra.

Hoạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 2

1. Chứng minh các đẳng thức sau đúng với mọi $n \in N^*$:

a) $2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1) = \frac{n(3n+1)}{2}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$

2. Chứng minh rằng với mọi $n \in N^*$, ta có

a) $n^3 + 3^2 + 5n$ chia hết cho 3.

b) $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Gọi 4 học sinh lên bảng giải các	

bài tập 1(a), 1(b), 2(a) và 2(b) như trong phiếu học tập số 2. Số học sinh dưới lớp được chia thành 4 nhóm học tập, sau đó giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Thảo luận và giải vào phiếu, chuẩn bị trình bày nếu được gọi: + Nhóm 1: Chứng minh đẳng thức sau đúng với mọi n $\in N^*$: $2+5+8+...+(3n-1)=\frac{n(3n+1)}{2}$	– Chứng minh các đẳng thức sau đúng với mọi n $\in N^*$: $2+5+8+...+(3n-1)=\frac{n(3n+1)}{2}$ n = 1: VT = 2 = VP (đúng) Giả sử điều trên đúng với n = k $\geq$ 1. $S_k = 2+5+8+...+(3k-1)=\frac{k(3k+1}{2}$ Ta chứng minh điều trên cũng đúng với n = k+1. Nghĩa là: $S_{k+1}=2+5+8+...+(3k-1)+(3k+2)$ $=\frac{(k+1)(3k+4)}{2}$ Thật vậy,ta có: $S_{k+1}=S_k+(3k+2)=\frac{k(3k+1)}{2}+3k+2=$ $=\frac{3k^2+k+6k+4}{2}=\frac{(k+1)(3k+4)}{2}$ $\Rightarrow 2+5+8+...+(3n-1)=\frac{n(3n+1)}{2}$ mọi n $\in N^*$ + Chứng minh đẳng thức sau đúng với mọi n $\in N^*$:
+ Nhóm 2: Chứng minh đẳng thức sau đúng với mọi n $\in N^*$: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...\ \frac{1}{2^n}=\frac{2^n-1}{2^n}$	b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...\ \frac{1}{2^n}=\frac{2^n-1}{2^n}$ Sử dụng tương tự các bước như trên ta sẽ chứng minh được như yêu cầu của đề ra.
+ Nhóm 3: Chứng minh rằng với mọi n $\in N^*$, ta có n^3+3^2+5n chia hết cho 3.	+ Chứng minh rằng: với mọi n $\in N^*$,ta có: n^3+3^2+5n chia hết cho 3. Đặt $A_n=4^n+15n-1$ n = 1: A_1 = 18 chia hết cho 9 Giả sử: $A_k=4^k+15k-1$ chia hết

	cho 9 với $k \geq 1$. Ta chứng minh A_{k+1} cũng chia hết cho 9. Thật vậy, ta có:
+ Nhóm 4: Chứng minh rằng với mọi $n \in N^*$, ta có $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9. – Đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	$A_{k+1} = 4^{k+1} + 15(k+1) - 1 = 4A_k - 45k + 18 = 4A_k + 9(2 - 5k)$ chia hết cho 9. + Chứng minh rằng với mọi $n \in N^*$ ta có $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9.. Sử dụng tương tự các bước như trên ta sẽ chứng minh được như yêu cầu của đề ra.

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

+ Giải tiếp các bài tập ở trang 102 sách giáo khoa.

+ Giải các bài tập liên quan trong sách bài tập

+ Đọc trước bài dãy số.

§2. DÃY SỐ

I. MỤC ĐÍCH, YÊU CẦU

a) Về kiến thức: Sau khi học xong bài này học sinh thực hiện được các công việc sau:

– Phát biểu được định nghĩa dãy số.

– Biết được các cách cho một dãy số (cho dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát, cho dãy số bởi hệ thức truy hồi, diễn đạt bằng lời).

– Phát biểu được định nghĩa dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn.

b) Về kĩ năng: Học sinh rèn luyện được các kĩ năng sau:

– Vận dụng các kiến thức về các cách cho dãy số để tìm các cách cho còn lại khi đã biết một cách cho nào đó.

– Vận dụng các kiến thức về dãy số để khảo sát một dãy số là tăng hay giảm, dãy số có bị chặn hay không.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập.

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Tìm hiểu định nghĩa dãy số và một số thí dụ về dãy số**

Phiếu học tập số 1

+ Nội dung định nghĩa về dãy số ?
+ Hãy lấy một dãy số nào đó rồi xác định số hạng thứ 10 và số hạng thứ 20 của dãy đó.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân tích thí dụ ở sách giáo khoa, từ đó giáo viên đưa ra định nghĩa dãy số. Học sinh tiếp thu, ghi nhớ – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi **H1**. Cá nhân học sinh suy nghĩ, trả lời	***1. Định nghĩa và ví dụ*** – Định nghĩa: Một hàm số u xác định trên tập hợp các số nguyên dương N^* được gọi là một dãy số vô hạn (hay còn gọi tắt là dãy số). Mỗi giá trị của u được gọi là một số hạng của dãy số; các số hạng thứ nhất, thứ 2, thứ 3,... được kí hiệu tương ứng là $u_1, u_2, u_3, \ldots$. ***Ví dụ 1.*** Hàm số $u(n) = \frac{1}{n+1}$, xác định trên tập N^*, là một dãy số. Dãy số này có vô số số hạng: $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}, \ldots.$ **H1.** Hãy xác định số hạng thứ 9, thứ 99 và thứ 999 của dãy số ở ví dụ trên. Giải Số hạng thứ 9 là: $u_9 = \frac{1}{10}$ Số hạng thứ 99 là: $u_{99} = \frac{1}{100}$ Số hạng thứ 999 là: $u_{999} = \frac{1}{1000}$
Giáo viên đưa ra kí hiệu dãy số, kí hiệu số hạng tổng quát.	Kí hiệu – Kí hiệu dãy số (u_n)

<table>
<tr><td></td><td>- Kí hiệu số hạng tổng quát của dãy u_n</td></tr>
<tr><td></td><td><i>Chú ý.</i> Người ta cũng gọi một hàm số u xác định trên tập hợp gồm m số nguyên dương đầu tiên (m tuỳ ý thuộc N^*) là một dãy số. Rõ ràng dãy số trong trường hợp này chỉ có hữu hạn số hạng (m số hạng: u_1, u_2, ... u_m); và vì thế, người ta còn gọi nó là dãy số hữu hạn. u_1 gọi là số hạng đầu tiên và u_m gọi là số hạng cuối.</td></tr>
<tr><td>Giáo viên phân tích ví dụ 2 ở sách giáo khoa, làm rõ khái niệm dãy số hữu hạn.</td><td><i>Ví dụ 2.</i> Hàm số $u(n) = n^3$, xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, là một dãy số hữu hạn. Dãy này có 5 số hạng:
<table>
<tr><td>n</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>u_n</td><td>1</td><td>8</td><td>27</td><td>64</td><td>125</td></tr>
</table>
- Số hạng đầu: 1
- Số hạng cuối: 125
- Viết dãy số dưới dạng khai triển:
1, 6, 27, 64, 125</td></tr>
<tr><td>- Giáo viên yêu cầu học sinh hoàn thành phiếu học tập số 1.
+ Học sinh suy nghĩ và hoàn thành
+ Giáo viên kiểm tra, nhận xét</td><td></td></tr>
</table>

Hoạt động 2: **Tìm hiểu các cách cho một dãy số**

Phiếu học tập số 2

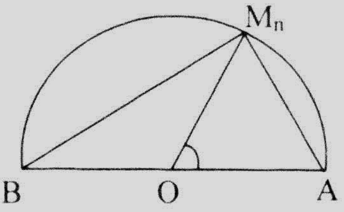
Tìm công thức số hạng tổng quát u_n của dãy số cho bởi công thức truy hồi sau đây:

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2}, \forall n \in N^* \end{cases}$$

A. $u_n = \dfrac{2n+1}{2^n}$ B. $u_n = \dfrac{2^{n-1}+1}{2^{n-1}}$

C. $u_n = \dfrac{2^n}{2^{n-1}}$ D. $u_n = \dfrac{2^n+1}{2^{n-1}}$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
Giáo viên phân tích thí dụ, giúp học sinh hiểu được cách cho dãy số theo công thức tổng quát. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H2. + Học sinh suy nghĩ, trả lời + Giáo viên nhận xét.	**2. Các cách cho một dãy số** ***Cách 1.*** Cho dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát Chẳng hạn: "Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n-1}{3n+1}$". (1) H2. Tìm số hạng u_{33} và u_{333} của dãy số trên? Giải $u_{33} = \dfrac{33-1}{3.33+1} = \dfrac{8}{25}$ $u_{333} = \dfrac{333-1}{3.333+1} = \dfrac{83}{250}$
Giáo viên phân tích ví dụ 3, giúp học sinh hiểu được cách cho dãy số bởi hệ thức truy hồi. + u_2 quan hệ như thế nào với số hạng thứ nhất u_1? + u_3 quan hệ như thế nào với số hạng thứ hai u_2? – Giáo viên định hướng giúp học sinh trả lời câu hỏi ở ví dụ 4. + Từ (2) ta thấy: để tìm u_n ta phải tìm u_{n-1} và u_{n-2}. Do vậy để tìm u_4 ta phải tìm u_3 và u_2. + Tìm u_3 bằng cách nào? bằng bao nhiêu?	***Cách 2.*** Cho dãy số bởi hệ thức truy hồi. *Ví dụ 3.* Xét dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 1$ $u_n = 2.u_{n-1} + 1$ với mọi $n \geq 2$ Tìm số hạng thứ 2 và thứ 3 của dãy? *Giải* $u_2 = 2.u_1 + 1 = 3$ $u_3 = 2.u_2 + 1 = 7$ *Ví dụ 4.* Xét dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = -1, u_2 = 2, u_n = u_{n-1} + 2u_{n-2}$ (2) Tìm u_4? *Giải* Ta có: $u_3 = u_2 + 2u_1 = 0$ $u_4 = u_3 + 2u_2 = 4$

Giáo viên phân tích thí dụ 5, giúp học sinh hiểu được cách cho dãy số bằng cách diễn đạt bằng lời.	***Cách 3.*** Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số *Ví dụ 5.* Cho dãy số (u_n) với u_n là độ dài của dây cung AM_n trong hình sau: 
Giáo viên lưu ý để học sinh tiếp thu, ghi nhớ. – Giáo viên định hướng để học sinh trả lời câu hỏi H4. + Mối liên hệ giữa độ dài cung AM_n liên hệ như thế nào với giá trị của góc AOM_n? + $\widehat{AOM_n}$ được xác định như thế nào? + Vậy u_n được viết như thế nào?	Chú ý: Một dãy số có thể cho bằng nhiều cách. Chẳng hạn, dãy số (u_n) ở ví dụ 3 có thể cho bởi công thức của số hạng tổng quát như sau: $u_n = 2^n - 1, \quad n \in N^*$ *H4.* Hãy tìm công thức của số hạng tổng quát của dãy số (u_n) ở ví dụ 5. + $\widehat{AM_n} = 1.\widehat{AOM_n}$ trong đó 1 là bán kính của đường tròn + $\widehat{AOM_n} = \frac{2\pi}{n}$ + $u_n = 1.\frac{2\pi}{n}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở phiếu học tập số 2. + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên nhận xét,	Số hạng tổng quát u_n của dãy $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \in N^* \end{cases}$ là $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{2^{n-1}}$ (Chọn phương án B)

Hoạt động 3: **Khái niệm dãy số tăng, dãy số giảm**

Phiếu học tập số 3

Xét các dãy số

$1, 2, 3, 4, ...$ (1)

$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, ...$ (2)

$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...$ (3)

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...$ (4)

Với các dãy trên, kết luận nào sau đây là đúng:

A. (1) là dãy đơn điệu giảm, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (2) là dãy đơn điệu không tăng.

B. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu tăng, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không tăng.

C. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu giảm

D. Cả 3 câu đều sai.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên thông báo định nghĩa dãy số tăng, dãy số giảm – Học sinh tiếp thu, ghi nhớ	**3. Dãy số tăng, dãy số giảm** *Định nghĩa* – Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi n ta có $u_n < u_{n+1}$ – Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu với mọi n ta có $u_n > u_{n+1}$
Giáo viên hỏi học sinh: – Dãy số (u_n) với $u_n = n^2$ là một dãy số tăng hay giảm? – Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1}$ là một dãy số tăng hay giảm?	*Ví dụ 6.* a) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2$ là một dãy số tăng, vì với mọi n ta luôn có $u_n = n^2 < (n+1)^2 = u_{n+1}$ b) Dãy số (u_n) ở ví dụ 1 một dãy số giảm, vì với mọi n ta luôn có $u_n = \frac{1}{n+1} > \frac{1}{n+2} = u_{n+1}$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở phiếu học tập số 3.	

+ Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên nhận xét.	
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở phiếu học tập số 3 + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên nhận xét.	*Kết quả phiếu học tập số 3* (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không tăng, (4) là dãy đơn điệu không giảm. (chọn phương án D)

Hoạt động 4: **Khái niệm dãy số bị chặn**

Phiếu học tập số 4

Xét các mệnh đề sau:

(1) Dãy 1, 2, 3, 4, ... là dãy bị chặn (trên và dưới)

(2) Dãy $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots$ là dãy bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) đúng

B. Chỉ có (2) đúng

C. Cả hai câu đều đúng

D. Cả hai câu đều sai

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên yêu cầu học sinh đọc sách giáo khoa và trả lời các câu hỏi: + Dãy số như thế nào thì được gọi là dãy số bị chặn trên? + Dãy số như thế nào thì được gọi là dãy số bị chặn dưới? + Dãy số như thế nào thì được gọi là dãy số bị chặn?	***4. Dãy số bị chặn*** Định nghĩa – Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \le M$ – Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho: $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \ge m$ – Dãy số (u_n) được gọi là dãy số bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; nghĩa là, tồn tại một số M và một số m sao cho: $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad m \le u_n \le M$

– Giáo viên yêu cầu học sinh sử dụng lí thuyết vừa học để xét tính bị chặn của các dãy số: a) $u_n = n^2 \quad, \forall n \in \mathbb{N}^*$ b) $u_n = \dfrac{2n-1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ – Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải – Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	*Ví dụ 7.* a) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2$ là dãy số bị chặn dưới, vì $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n \geq 1$ Tuy nhiên dãy số này không bị chặn trên. b) Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$ là dãy số bị chặn, vì $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta luôn có $0 < \dfrac{2n-1}{n+1} < 2$
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi H6. – Học sinh suy nghĩ, trả lời – Giáo viên nhận xét, hợp thức hoá.	***H6.*** Hãy chọn những khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây: A. Mỗi hàm số là một dãy số B. Mỗi dãy số là một hàm số C. Mỗi dãy số tăng là một dãy số bị chặn dưới. D. Mỗi dãy số giảm là một dãy số bị chặn trên. E. Nếu (u_n) là một dãy số hữu hạn thì tồn tại các hằng số m và M, với $m < M$, sao cho tất cả các số hạng của (u_n) đều thuộc đoạn $[m; M]$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập ở phiếu học tập số 4 + Cá nhân học sinh suy nghĩ, tiến hành giải. + Giáo viên nhận xét.	*Kết quả phiếu học tập số 4* – Dãy 1, 2, 3, 4,... là dãy bị chặn dưới, không bị chặn trên. Do đó (1) sai. – Dãy $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \ldots$ là dãy bị chặn (cả trên và dưới). Do đó (2) sai. Vậy chọn phương án D.

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện các công việc sau:

– Phát biểu lại định nghĩa dãy số.

– Phát biểu các cách cho một dãy số (cho dãy số bởi công thức của số hạng tổng quát, cho dãy số bởi hệ thức truy hồi, diễn đạt bằng lời).

– Phát biểu định nghĩa dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Yêu cầu học sinh làm các tất cả các bài tập còn lại (thuộc phần này).

§3. CẤP SỐ CỘNG

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được khái niệm, định nghĩa về cấp số cộng và các tính chất của nó.

– Nắm được các công thức tính số hạng tổng quát, tổng hữu hạn của một cấp số cộng.

– Vận dụng định nghĩa, các công thức để giải một số bài tập trong sách giáo khoa.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và các kiến thức cơ bản vào một tờ giấy khổ rộng.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu các cách cho dãy số ?
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Định nghĩa**

Giáo viên đặt vấn đề về tính chất đặc biệt của một số dãy số có các số hạng của nó có mối liên hệ đặc biệt, số hạng đứng sau bằng số hạng đứng trước nó cộng thêm một hằng số nào đó, từ đó dẫn dắt đến khái niệm về cấp số cộng.

Phiếu học tập số 1

+ Định nghĩa cấp số cộng, số hạng tổng quát.
+ Cách nhận biết cấp số cộng
+ Biết 4 số hạng đầu của một dãy số là: –1,3,7,11...
Hãy chỉ ra 1 quy luật rồi viết tiếp 5 số hạng theo quy luật đó?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh xét dãy số: 0, 1, 2, 3, 4.....n, n + 1. Để ý đến tính chất đặc biệt của dãy số là: số hạng đứng sau bằng số hạng đứng trước nó cộng thêm 1, từ đó dẫn dắt đến khái niệm về cấp số cộng. + Nêu định nghĩa cấp số cộng ?	Định nghĩa: Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng trước ngay nó và một số d không đổi: (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d$ với mọi $n \geq 2$

+ Kí hiệu cấp số cộng ? + Lưu ý: đại lượng d (công sai) – Yêu cầu học sinh nghiên cứu ví dụ 1 để trả lời câu H1. – Học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi	d được gọi là công sai của cấp số cộng. Kí hiệu: $\div u_1, u_2, \ldots, u_n \ldots$ hoặc: $\div (u_n)$ Ví dụ: $\div 1, 2, 3, 4, \ldots, n, \ldots$ $(u_1 = 1, d = 1)$ $\div 0, 2, 4, 6, \ldots, 2n, \ldots (u_1 = 0, d = 2)$ $\div 1, -3, -7, -11, -15. (u_1 = 1, d = -4, n = 5)$

Hoạt động 2: **Tính chất**

Phiếu học tập số 2

+ Tính chất và công thức tính số hạng ở giữa của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 1

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 1 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí chính là tính chất của cấp số cộng.	Định lí 1. Nếu u_k là một cấp số cộng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy: $$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2$$
– Cùng với học sinh, chứng minh định lí, và từ đó hướng dẫn học sinh áp dụng để trả lời câu H2	+ Chứng minh: – Dùng định nghĩa với công sai d. – Ta có: $u_{k-1} + u_{k+1} = 2u_k$ (với $k \geq 2$).
– Yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi	+ Ví dụ: Cho cấp số cộng có 6 số hạng với: $u_1 = \frac{1}{3}$, d = 3 Viết dạng khai triển của nó?

Hoạt động 3: **Số hạng tổng quát**

Phiếu học tập số 3

+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 2

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề tìm số hạng bất kì của cấp số cộng thông qua tính chất của nó và dẫn dắt học sinh: sự cần thiết phải tìm số hạng tổng quát.	– Tìm một số hạng bất kì trong cấp số cộng: $u_2 = u_1 + d$, $u_3 = u_2 + d = u_1 + 2d$; và $u_4 = u_3 + d = u_1 + 3d$....
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 2 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí xuất phát từ tính chất của cấp số cộng. – Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh định lí, và từ đó áp dụng để trả lời câu H3	Định lí 2: Giả sử (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức sau: $u_n = u_1 + (n - 1)d$ + Chứng minh: SGK
– Yêu cầu học sinh làm ví dụ 2 + Cho cấp số cộng có $u_1 = -5$, công bội $d = \frac{1}{2}$ a) Số 45 là số hạng thứ bao nhiêu?	a) Ta có: $u_n = -5 + (n - 1)\frac{1}{2}$ mà: $u_n = 45$ nên $-5 + \frac{n-1}{2} = 45$ từ đó $n = 101$ Vậy: 45 là số hạng thứ 101 của cấp số cộng trên.
b) Số $\frac{1}{3}$ có phải là 1 số hạng của cấp số cộng trên không? – Học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi	b) Phương trình: $-5 + \frac{n-1}{2} = \frac{1}{3}$ không có nghiệm nguyên dương nên $\frac{1}{3}$ không phải là số hạng của cấp số cộng trên.

Hoạt động 4: **Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng**

Phiếu học tập số 4

+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 3
+ Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề xét cấp số cộng u_n có công sai d với bảng sắp xếp các số hạng như sách giáo khoa mà giáo viên đã chuẩn bị sẵn ở giấy khổ lớn. Hướng dẫn học sinh quan sát và tính tổng hai số nằm trong cùng một cột từ đó rút ra nhận xét	Xét cấp số cộng u_n có công bội d $\begin{array}{c\|c\|c\|c} u_1 & u_2 & u_3 \ldots\ldots u_{n-1} & u_n \\ \hline u_n & u_{n-1} & u_{n-2} \ldots\ldots u_2 & u_1 \end{array}$
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 3 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí xuất phát từ tính chất và định lí 2 của cấp số cộng.	+ Nhận xét: Tổng hai số hạng nằm trong cùng một cột bất kì bằng tổng của hai số hạng u_1 và u_n.
– Không yêu cầu học sinh chứng minh định lí, nhưng áp dụng để làm bài tập ví dụ 3 và trả lời câu H4.	Định lí 3: Giả sử u_n là một cấp số cộng. Với mỗi số nguyên dương n gọi S_n là tổng n số hạng đầu của nó ($S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$). Khi đó ta có: $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ với mọi $n \geq 1$.
– Học sinh có thể nghiên cứu và trả lời câu hỏi của giáo viên: Từ định lí 2 và 3 với mọi $n \geq 1$ ta có thể tính S_n thông qua công bội và số hạng đầu tiên như thế nào ? Từ đó trả lời câu hỏi H5. – Học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi.	+ Từ Định lí 2 + 3 $\Rightarrow$ với mọi $n \geq 1$ $\Rightarrow S_n = \frac{[(2u_1 + (n-1)d]n}{2}$.

IV. CỦNG CỐ VÀ LUYỆN TẬP

Giáo viên nhắc lại cho học sinh các nội dung:

+ Định nghĩa cấp số cộng, số hạng tổng quát.
+ Cách nhận biết cấp số cộng
+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 2
+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 3
+ Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Luyện tập bằng bài tập:

1) CM: $u_n = 3n + 2$ là 1 cấp số cộng. Tìm công sai của nó và tính S_{10}?

2) Tính tổng: $S_n = 1 + 3 + 5 + ... + (2n-1)$

và bài tập số 1 trang 117 sách giáo khoa

V. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Xem lại lí thuyết phần:

+ Cách nhận biết cấp số cộng

+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng.

+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng, tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

$$u_n = u_1 + (n-1)d; \quad S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}; \quad S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

+ Giải các bài tập trang 117 và 118 (từ bài 2 đến bài 28) sách giáo khoa

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

- Giúp học sinh củng cố kiến thức đã học về cấp số cộng.

- Rèn luyện kĩ năng sử dụng các công thức và tính chất của cấp số cộng để giải các bài toán xác định tổng của cấp số cộng, tổng của các số hạng đầu tiên hoặc xác định một số hạng bất kì của cấp số cộng đó.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập, các bài tập điển hình và lí thuyết về cấp số cộng

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và học kĩ lí thuyết về tính chất và các công thức xác định các tổng hay số hạng của cấp số cộng.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa cấp số cộng và các công thức tính số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa**

Phiếu học tập số 1

Giải các bài tập (20; 22; 23; 24)

1. Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng và tìm công sai của nó

a) Dãy số $u_n = 19n - 5$;

b) Dãy số $u_n = an + b$ trong đó a và b là các hằng số.

2. Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng của số hạng đầu và số hạng thứ 3 bằng 28, tổng số hạng thứ 3 và số hạng cuối bằng 40. Hãy tìm cấp số cộng đó ?

3. Cho cấp số cộng un có $u_{20} = -52$ và $u_{51} = -145$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

4. Cho cấp số cộng un với công sai d và cho các số nguyên dương m và k, với $m \geq k$. Chứng minh rằng $u_m = u_k + (m - k)d$.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Gọi 4 học sinh lên bảng giải các bài tập 1, 2, 3, 4, như trong phiếu học tập số 1. Số học sinh dưới lớp được chia thành 4 nhóm học tập, sau đó giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Thảo luận và giải vào phiếu, chuẩn bị trình bày nếu được gọi: + Nhóm 1: Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng và tìm công sai của nó: a) Dãy số $u_n = 19n - 5$; b) Dãy số $u_n = an + b$ trong đó a và b là các hằng số.	1. Để chứng minh dãy số là cấp số cộng ta có thể dùng định nghĩa: a) Ta thấy dãy số $u_n = 19n - 5$ là một cấp số cộng bởi với mọi n thì ta luôn có: $u_n - u_{n-1} = 19$ + Ta có $19(n + 1) - (19n - 5) = d$ $\Rightarrow d = 19$ là công sai của cấp số cộng đó. b) Cách làm tương tự như câu a, ta có $u_{n+1} - u_n = a(n + 1) - (an + b) = u_{n+5} - u_{n+4} = a(n + 5) - [a(n + 4) + b]$ + Mặt khác: $u_{n+1} - u_n = a(n + 1) - (an + b) = a - b = d$ là công bội của cấp số cộng trên.
+ Nhóm 2: Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng của số hạng đầu và số hạng thứ 3 bằng 28, tổng số hạng thứ 3 và số hạng cuối bằng	2. Dùng tính chất của cấp số cộng để xác định số hạng ở giữa sau đó xác định công sai và suy ra cấp số cộng, ta được: (u_n): 11, 14, 17, 20, 23.

40. Hãy tìm cấp số cộng đó ?	
+ Nhóm 3: Cho cấp số cộng u_n có $u_{20} = -52$ và $u_{51} = -145$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó	3. Sử dụng các tính chất của cấp số cộng để xác định các số hạng của nó sau đó sử dụng công thức tổng quát để xác định: $u_n = u_1 + (n - 1)d$
+ Nhóm 4: Cho cấp số cộng u_n với công sai d và cho các số nguyên dương m và k, với $m \geq k$. Chứng minh rằng: $u_m = u_k + (m - k)d$. – Đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	4. Để chứng minh được $u_m = u_k + (m - k)d$, ta chỉ cần áp dụng các tính chất của cấp số cộng và từ đó suy ra kết quả.

Hoạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 2

1. Viết xen vào giữa –3 và 37 năm số để được một cấp số cộng có 11 số hạng.

2. Tìm các yếu tố còn lại của một cấp số cộng khi biết các yếu tố sau:

a) $u_1 = -2$, $u_n = 55$, $n = 20$

b) $d = -4$, $n = 15$, $S_n = 120$

c) $u_1 = 3$, $d = 4/27$, $u_n = 7$

d) $u_n = 17$, $n = 12$, $S_n = 72$

e) $u_1 = 2$, $d = -5$, $S_n = -205$.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Gọi 2 học sinh lên bảng giải các bài tập 1 và 2(a), 2(b) như trong phiếu học tập số 2. Số học sinh dưới lớp được chia thành 3 nhóm học tập, sau đó giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Thảo luận và giải vào phiếu, chuẩn bị	

trình bày nếu được gọi: + Nhóm 1: Viết xen vào giữa –3 và 37 năm số để được một cấp số cộng có 11 số hạng.	+ Để tìm các số hạng theo yêu cầu của bài toán, trước hết ta ta phải tìm công bội của cấp số cộng này. Ta có: $u_{11} = u_1 + 10d$ nên: $d = \frac{u_{11} - u_1}{10} = \frac{37+3}{10} = 4$ Vậy 9 số cần tìm là: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33
+ Nhóm 2. Tìm các yếu tố còn lại của một cấp số cộng khi biết các yếu tố sau: $u_1 = -2, u_n = 55, n = 20$	+ Sử dụng các tính chất của cấp số cộng ta có: $d = \frac{u_n - u_1}{n - 1} = \frac{55 + 2}{19} = 3,$ $S_{20} = \frac{20(55-2)}{2} = 530$
Nhóm 3. Tìm các yếu tố còn lại của một cấp số cộng khi biết các yếu tố sau: b) $d = -4, n = 15, S_n = 120$ – Các bài tập c, e, g, h học sinh tự giải vào vở. – Đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	+ Sử dụng các tính chất của cấp số cộng ta có: b) $u_1 = \frac{2S_n - n(n-1)d}{2n} = \frac{240 + 840}{30} = 36$ $u_{15} = 36 + 14.(-4) = -20$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

+ Giải tiếp các bài tập ở trang 117 và 118 sách giáo khoa.
+ Giải các bài tập liên quan trong sách bài tập
+ Đọc trước bài cấp số nhân.

§4. CẤP SỐ NHÂN

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được định nghĩa cấp số nhân và các tính chất của nó.

– Nắm được các công thức tính số hạng tổng quát và công thức tính tổng của cấp số nhân hữu hạn.

– Vận dụng định nghĩa, các công thức để giải một số bài tập trong sách giáo khoa.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và các kiến thức cơ bản vào một tờ giấy khổ rộng.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu các cách cho dãy số?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Định nghĩa**

Giáo viên đặt vấn đề về tính chất đặc biệt của một số dãy số có các số hạng của nó có mối liên hệ đặc biệt, số hạng đứng sau bằng số hạng đứng trước nó nhân thêm một hằng số nào đó, từ đó dẫn dắt đến khái niệm về cấp số nhân.

Phiếu học tập số 1

+ Định nghĩa cấp số nhân, công bội của cấp số nhân cho biết điều gì ?.
+ Cách nhận biết cấp số nhân
+ Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân

$(u_n) = 1; 2; 4; 8; 16; ....; 2^{63}$. $(u_n) = 4; 6; 9; 13,5$

$(u_n) = -1,5; 3; -6; -12; 24; -48; 96; -192$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh xét bài toán trong sách giáo khoa. Trên cơ sở học sinh đã học cấp số cộng, giáo viên hướng dẫn cho học sinh cách viết tóm tắt bài toán dưới dạng dãy số, từ đó làm rõ tính chất	Định nghĩa: Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng trước ngay nó và một số q không đổi: (u_n) là cấp số nhân

đặc biệt của dãy số: số hạng đứng sau bằng số hạng đứng trước nó nhân thêm 1 số xác định, từ đó dẫn dắt đến khái niệm về cấp số nhân. + Nêu định nghĩa cấp số nhân ? + Kí hiệu cấp số nhân ? + Lưu ý: đại lượng q (công bội) – Yêu cầu học sinh nghiên cứu ví dụ 1 để trả lời câu H1. – Học sinh trả lời vào phiếu học tập sau khi đã nghiên cứu ví dụ 2 trong sách giáo khoa. – Gọi một học sinh trung bình trình bày trước lớp phiếu học tập của mình, cả lớp nghe và bổ sung nếu cần.	$\Leftrightarrow u_n = u_{n-1}.q$ với mọi $n \geq 2$ q được gọi là công bội của cấp số nhân. Kí hiệu: $\div\div\, u_1, u_2, \ldots, u_n \ldots$ hoặc: $\div\div\,(u_n)$ Đặc biệt: $q = 0$: $\div\div\, u_1, 0, 0, \ldots, 0, \ldots$ $q = 1$: $\div\div\, u_1, u_1, \ldots, u_1, \ldots$ *Ví dụ 1:* Cấp số nhân: $5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \ldots$ có số hạng thứ nhất và công bội là $u_1 = 5$, $q = -\frac{1}{2}$ Cấp số nhân $\frac{1}{2}; -2; 8; -32; 128$ có số hạng thứ nhất và công bội là: $u_1 = \frac{1}{2}$; $q = -4$; $n = 5$

Hoạt động 2: **Tính chất của cấp số nhân**

Phiếu học tập số 2

+ Tính chất và công thức tính số hạng ở giữa của cấp số nhân.
+ Nội dung định lí 1
+ Cho cấp số nhân có công bội là $q > 0$. Biết $u_1 = 1$ và $u_3 = 3$, tìm u_4

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 1 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí chính là tính chất của cấp số nhân.	Định lí 1. Nếu (u_n) là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) đều bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy: $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}$ (với $k \geq 2$) Hay: $\lvert u_k \rvert = \sqrt{u_{k-1}u_{k+1}}$

– Cùng với học sinh, chứng minh định lí, và từ đó hướng dẫn học sinh áp dụng để trả lời câu H2	+ Chứng minh: – Dùng định nghĩa, với công bội q. – Nếu q = 0 thì hiển nhiên điều phải chứng minh là đúng
– Yêu cầu học sinh nghiên cứu ví dụ 3 trong sách giáo khoa và trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi	– Nếu q ≠ 0 thì từ định nghĩa: $u_k = u_{k-1}.q \quad (k \geq 2)$ $u_k = u_{k+1}/q \quad (k \geq 2)$ Nhân hai vế với nhau ta được kết quả cần chứng minh.

Hoạt động 3: **Số hạng tổng quát**

Phiếu học tập số 3

+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân.
+ Nội dung định lí 2

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề tìm số hạng bất kì của cấp số nhân thông qua tính chất của nó và dẫn dắt học sinh: sự cần thiết phải tìm số hạng tổng quát. – Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 2 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí xuất phát từ tính chất của cấp số nhân.	Định lí 2: Giả sử (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1, công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát u_n được xác định theo công thức sau: $u_n = u_1q^{n-1}.(n \geq 2)$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh định lí và yêu cầu học sinh làm ví dụ, và từ đó áp dụng để trả lời câu H3	*Ví dụ:* Viết 5 số hạng xen giữa các số 3 và 192 để được một cấp số nhân gồm 7 số hạng. + Ta có $u_7 = 3q^6 = 192 \Rightarrow q^6 = 65$ $\Rightarrow q = \pm 2$
– Học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi	+Với q = 2 ta có: ∷ 3; 6; 12; 24; 48; 96; 192. + Với q = –2: ∷ 3; –6; 12; –24; 48; –96; 192.

Hoạt động 4: **Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân**

Phiếu học tập số 4
+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân. + Nội dung định lí 3 + Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề xét cấp số nhân u_n có công bội q. Hướng dẫn học sinh đi từ biểu thức tính tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân từ đó rút ra nhận xét: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \ldots\ldots + u_n$	Xét cấp số nhân u_n có công bội q với tổng các số hạng đầu tiên: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \ldots\ldots + u_n$
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 3 và nói rõ cho học sinh thấy nội dung của định lí xuất phát từ tính chất và định lí 2 của cấp số nhân.	+ Nhận xét: – Nếu $q = 1$ thì $u_n = u_1$ với mọi $n \geq 1$ vì vậy suy ra: $S_n = nu_1$ – Khi $q \neq 1$ ta có kết quả S_n được xác định theo định lí 3 Định lí 3: Nếu u_n là một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$. Khi đó ta có: $S_n = \dfrac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$ với mọi $n \geq 1$
– Giáo viên hướng dẫn cho học sinh tự chứng minh định lí bằng cách thực hiện các bước: + $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \ldots\ldots + u_n$ + $qS_n = ?$ + $S_n - qS_n = ?$	+ Chứng minh: Từ: $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \ldots\ldots + u_n$ $\Rightarrow qS_n = qu_1 + qu_2 + qu_3 \ldots\ldots + qu_n$ $= u_2 + u_3 + u_4 \ldots\ldots + u_{n+1}$ $\Rightarrow S_n - qS_n = u_1(1 - q^n)$ Khi $q \neq 1 \Rightarrow$ điều phải chứng minh.
– Yêu cầu học sinh thực hiện giải ví dụ 5 để củng cố lại kiến thức về định lí 3 vừa chứng minh. – Cả lớp theo dõi một học sinh giải bài tập do giáo viên chuẩn bị trên bảng, chuẩn bị để có phương án nhận xét và bổ sung. + Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$, $u_3 = 18$. Tính S_{10}.	*Ví dụ:* Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$, $u_3 = 18$. Tính S_{10}. + Ta có: $u_3 = 2.q^2 = 18 \Rightarrow q^2 = 9$ $\Rightarrow q = \pm 3$ + $q = 3$: $S_{10} = \dfrac{2[1 - 3^{10}]}{1 - 3} = 59048$ + $q = -3$:

– Học sinh trả lời vào phiếu học tập và trình bày trước lớp nếu được gọi.	$S_{10} = \dfrac{2[1-(-3)^{10}]}{1+3} = 29524$ $S_{10} = \dfrac{2[1-3^{10}]}{1-3} = 59048$

IV. CỦNG CỐ VÀ LUYỆN TẬP

Giáo viên nhắc lại cho học sinh các nội dung:

+ Định nghĩa cấp số nhân, số hạng tổng quát.

+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân.

+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân.

+ Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

So sánh với cấp số cộng?

Luyện tập bằng bài tập: 29a, 30 (trang 123 sách giáo khoa).

V. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Xem lại lí thuyết phần:

+ Cách nhận biết cấp số nhân

+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân

+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân, tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

$u_n = u_1q^{n-1}.(n \geq 2)$; $u_k^2 = u_{k-1}u_{k+1}, k \geq 2$; $|u_k| = \sqrt{u_{k-1}u_{k+1}}$; $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

+ Giải các bài tập trang 123 và 124 sách giáo khoa.

ÔN TẬP CHƯƠNG III
BÀI TẬP LUYỆN TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh hệ thống hoá các kiến thức đã học trong chương III bao gồm phép quy nạp toán học, định nghĩa, tính chất của dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân.

– Rèn luyện các kĩ năng chứng minh quy nạp, chứng minh dãy số là cấp số cộng, cấp số nhân.

– Rèn luyện kĩ năng sử dụng các công thức và tính chất của phép quy nạp toán học, dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân để giải các bài tập thực tế trong sách giáo khoa và sách bài tập.

– Chuẩn bị một số điều kiện cần thiết cho tiết kiểm tra chương III.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các kiến thức chuẩn và tóm tắt thành bảng trên một tờ giấy khổ rộng. Chuẩn bị các bài tập tiêu biểu và phương pháp giải.

– Học sinh cần ôn lại kiến thức trong chương và giải các bài tập trong sách giáo khoa ở nhà.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa cấp số nhân và các công thức tính số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Ôn tập kiến thức**

Phiếu học tập số 1

Nhắc lại các kiến thức cơ bản đã học trong chương.

+ Khái niệm về phép quy nạp toán học, định nghĩa, tính chất
+ Khái niệm của dãy số và cấp số cộng, cấp số nhân
+ Định nghĩa cấp số cộng, số hạng tổng quát.
+ Cách nhận biết cấp số cộng
+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 2
+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.
+ Nội dung định lí 3
+ Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

+ Định nghĩa cấp số nhân, số hạng tổng quát.
+ Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân.
+ Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân.
+ Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các kiến thức cần ôn tập. Sau đó gọi từng em một trả lời từng nội dung đã có trong phiếu. Yêu cầu học sinh cả lớp theo dõi và bổ sung – Sau khi giáo viên đã kết luận lại, yêu cầu học sinh trả lời tóm tắt vào phiếu học tập và ghi chép vào vở	Các nội dung trong SGK về: + Khái niệm về phép quy nạp toán học, định nghĩa, tính chất + Khái niệm của dãy số và cấp số cộng, cấp số nhân + Định nghĩa cấp số cộng, số hạng tổng quát. + Cách nhận biết cấp số cộng + Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng. + Nội dung định lí 2 + Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng. + Nội dung định lí 3 + Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số cộng. + Định nghĩa cấp số nhân, số hạng tổng quát. + Tính chất và công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân. + Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân. + Biểu thức tính tổng S_n của số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Hoạt động 2. **Bài tập luyện tập 1**

Khi giải các bài tập về sử dụng phương pháp quy nạp, ta cần chú ý đến vấn đề sau: Nếu phải chứng minh mệnh đề là đúng với mọi số tự nhiên $n \geq p\,(p \geq 1)$ thì:

+ Ở bước 1 ta kiểm tra mệnh đề đúng với $n = p$.

+ Ở bước 2 ta giả thiết mệnh đề đúng với số tự nhiên bất kì $n = k \geq p$ và phải chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.

Phiếu học tập số 2

1. Chứng minh rằng: $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$ với $n \in N^*$.
2. Chứng minh rằng: Với $n \in N^*$ thì: $n^3 - n$ chia hết cho 3.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên gọi hai học sinh lên bảng giải hai bài tập 1 và 2 – Giáo viên phát phiếu học tập cho những học sinh còn lại (chia thành hai nhóm, nhóm 1 giải bài 1 và nhóm 2 giải bài 2). Yêu cầu học sinh giải độc lập từng cá nhân nội dung vào giấy nháp). + Nhóm 1: Chứng minh rằng: $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$ với $n \in N^*$.	– *Nhóm 1.* *Bước 1:* Khi n = 1. VT = 1, VP = 1^2 Vậy: đẳng thức đúng. *Bước 2:* Đặt VT = S_n. Giả sử đẳng thức đúng với $n = k \geq 1$ $\Rightarrow S_k = 1 + 3 + 5 + ... + (2k - 1) = k^2$ (theo giả thiết quy nạp) Ta chứng minh đẳng thức cũng đúng với n = k + 1. Nghĩa là: $S_{k+1} = 1 + 3 ... + (2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)^2$ Thật vậy: Từ giả thiết quy nạp ta có $S_{k+1} = S_k + (2k+1) = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$. Vậy: đẳng thức đúng với mọi $n \in N^*$.
+ Nhóm 2. Chứng minh rằng: Với $n \in N^*$ thì $n^3 - n$ chia hết cho 3. – Giáo viên hướng dẫn cả lớp cùng xem xét bài giải trên bảng và nhận xét bổ sung nếu cần. Học sinh cả lớp cùng tham gia sau đó ghi vào phiếu những kết luận về cách giải đúng.	– *Nhóm 2.* Đặt $A_n = n^3 - n$ *Bước 1:* Với n = 1, ta có: $A_1 = 0 \vdots 3$. *Bước 2:* Giả sử với $n = k \geq 1$, $A_k = (k^3 - k) \vdots 3$ (giả thiết quy nạp) Ta phải chứng minh: $A_{k+1} \vdots 3$ Thật vậy, ta có: $A_{k+1} = (k + 1)^3 - (k + 1) =$ $= k^3 + 3k^2 + 3k + 1 - k - 1 =$ $= (k^3 - k) + 3(k^2 + k) = A_k + 3(k^2 + k)$ Theo giả thiết quy nạp $A_k \vdots 3$, hơn nữa $3(k^2 + k) \vdots 3$ nên $A_{k+1} \vdots 3$ Vậy: $A_n = n^3 - n$ chia hết cho 3 với mọi $n \in N^*$

Hoạt động 3: **Bài tập luyện tập 2**

Phiếu học tập số 2

1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương $n \geq 3$, ta luôn có $2^n > 2n + 1$

2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2u_{n-1} + 1$, xác định bởi $u_1 = 1$ và với mọi $n \geq 2$. tìm số hạng bất kì của dãy số đó.

3. Giả sử rằng một kĩ sư làm việc cho một công ty và được trả lương như sau: quý 1 mức lương là 4,5 triệu đồng/quý. Kể từ quý làm việc thứ hai mức lương sẽ tăng 0,3 triệu đồng trên mỗi quý. Hãy tính tổng lương của kĩ sư đó được nhận sau 3 năm làm việc cho công ty.

4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 24$ và $u_4 = 48$. Hãy tính tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Gọi 4 học sinh lên bảng giải 4 bài tương ứng trong phiếu học tập. – Giáo viên phát phiếu học tập cho những học sinh còn lại (chia thành hai nhóm, nhóm 1 giải bài 1,2 và nhóm 2 giải bài 3,4). Yêu cầu học sinh giải độc lập từng cá nhân nội dung vào giấy nháp.	1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương $n \geq 3$, ta luôn có $2^n > 2n + 1$ + Dùng phương pháp quy nạp toán học * $n = 3 \Rightarrow 2^n = 8$ và $2n + 1 = 7 < 8$ vậy biểu thức trên đúng khi $n = 3$ * khi $n = k$ ($k \in N^*$) và $k \geq 3 \Rightarrow 2^k \geq 2k + 1$ * khi $n = k + 1 \Rightarrow 2^{k+1} > 2(k + 1) + 1$. Thật vậy theo giả thiết ta có: $2^{k+1} = 2.2^k > 2(2k + 1) = 4k + 2 > 2k + 3$ tức là $> 2(k + 1) + 1$. 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2u_{n-1} + 1$, xác định bởi $u_1 = 1$ và với mọi $n \geq 2$. Tìm số hạng bất kì của dãy số đó. + Khi $n = 2 \Rightarrow u_2 = 2u_1 + 1 = 3$ + Khi $n = 3 \Rightarrow u_3 = 2u_2 + 1 = 7$... 3. Tổng lương của kĩ sư đó được nhận sau 3 năm làm việc cho công ty được xác định thông qua cấp số cộng:
– Giáo viên hướng dẫn cả lớp	$u_1 = 4,5$ tr.đồng; $u_{n+1} = u_n + 0,3$ mọi

cùng xem xét bài giải trên bảng và nhận xét bổ sung nếu cần. Học sinh cả lớp cùng tham gia sau đó ghi vào phiếu những kết luận về cách giải đúng.	$n \ge 1$. Như vậy đây là cấp số cộng có công sai $d = 0{,}3$. Vì 1 năm có 4 quý nghĩa là 3 năm có 12 quý, vậy: $u_{12} = 4{,}5 + (12 - 1).0{,}3 = 7{,}8$ triệu đồng. $\Rightarrow S_{12} = 12(4{,}5 + 7{,}8)/2 = 73{,}8$ triệu đồng. 4. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 24$ và $u_4 = 48$ là: + $q = 48/24 = 2 \Rightarrow 24 = u_3 = u_1.2^2$ $\Rightarrow u_1 = 6$ $\Rightarrow S_5 = 6(1 - 2^5)/(1 - 2) = 186$.

IV. CỦNG CỐ – HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

Dùng bài tập nhỏ sau đây và gọi học sinh làm nhanh, khuyến khích bằng cách cho điểm: Tìm cấp số nhân có 6 số hạng biết tổng 5 số hạng đầu là 31 và tổng 5 số hạng sau là 62.

$$\begin{cases} S_5 = 31 \\ S_6 - u_1 = 62 \end{cases} \Rightarrow u_6 - u_1 = 31 \Rightarrow u_1(q^5 - 1) = 31$$

$$S_5 = \frac{u_1(q^5 - 1)}{q - 1} = 31 \Leftrightarrow \frac{31}{q - 1} = 31 \Leftrightarrow q = 2$$

Suy ra: $u_1 = 1$.

KIỂM TRA CHƯƠNG III

I. ĐỀ RA

Phần I: Trắc nghiệm khách quan

Câu 1: Cho dãy số: $u_n = 2.3^n$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $u_{n-1} = 2.3^n - 1$ B. $u_{n-1} = 2.3^n - 3$

C. $u_{n-1} = \dfrac{2.3^n}{3}$ D. $u_{n-1} = 6.3^n$

Câu 2: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng.

A. $u_n = 2 - 3n$ B. $u_n = 2n - 1$

C. $u_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ D. $u_n = 1 + \dfrac{1}{n}$

Câu 3: Trong các dãy số sau dãy số nào là cấp số nhân.

A. $u_n = 2n + 1$ B. $u_n = 3.2^n$

C. $u_n = 3n$ D. $u_n = 3 + n$

Câu 4: Cho cấp số cộng: $\div$ a, b, c, d. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\dfrac{a+d}{2} = b$ B. $a + d = b + c$

C. $a + c = b + d$ D. $a + b = c + d$

Câu 5: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số giảm.

B. Một cấp số cộng có công sai bằng 0 là một dãy số tăng.

C. Một cấp số cộng có công sai âm là một dãy số tăng.

D. Một dãy số không đổi là một cấp số cộng.

Câu 6: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Một cấp số nhân có công bội âm là một dãy số giảm.

B. Một cấp số nhân có công bội dương là một dãy số tăng.

C. Một cấp số nhân có công bội lớn hơn 1 và các số hạng đều dương là một dãy số tăng.

D. Một cấp số nhân có công bội âm có tất cả các số hạng đều âm.

Phần II: Tự luận

Câu 1: Cho dãy số sau:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (n+1)2^n, n \geq 1 \end{cases}$$

Chứng minh rằng: $u_n = (n-1).2^n + 1$

Câu 2: Tìm các số hạng của một cấp số cộng có 5 số hạng biết:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 14 \end{cases}$$

Câu 4: Tính tổng sau:

$$S_n = 9 + 99 + 999 + \ldots + \underbrace{999\ldots9}_{\text{n số 9}}$$

II. ĐÁP ÁN

Câu 1: (4 điểm)

$u_1 = 1$ nên công thức đúng (1đ)

Giả sử công thức đúng với n = k ≥ 1 tức $u_k = (k-1).2^k + 1$ ta chứng minh công thức đúng với n = k + 1 tức $u_{k+1} = k.2^{k+1} + 1$. Thật vậy: (1đ)

$$u_{k+1} = u_k + (k+1)2^k = (k-1)2^k + 1 + (k+1)2^k \qquad 2(đ)$$

$$= 2k.2^k + 1 = k.2^{k+1} + 1$$

Vậy công thức được chứng minh.

Câu 2: (3 điểm)

$$\begin{cases} u_3 + u_4 + u_5 = 12 \\ u_3.u_4.u_5 = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_4 = 12 \\ u_3.u_4.u_5 = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 4 \\ (u_4 - d).(u_4 + d) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 4 \\ d = \pm 2 \end{cases} \quad (2đ)$$

Vậy: $\div -2,0,2,4,6$ hoặc $\div 10,8,6,4,2$ (1đ)

Câu 3: (3 điểm)

$$\begin{cases} u_3 u_5 u_7 = 27 \\ u_3 + u_5 + u_7 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_5{}^3 = 27 \\ u_3 + u_5 + u_7 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_5 = 3 \\ u_3 + u_7 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 u_7 = 9 \\ u_3 + u_7 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u_3 = 1 \\ u_5 = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} u_3 = 9 \\ u_5 = 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} q = \pm 3 \\ u_1 = \dfrac{1}{9} \end{cases} \\ \begin{cases} q = \pm \dfrac{1}{3} \\ u_1 = 81 \end{cases} \end{array}\right.$$

Câu 4: (1điểm)

$$S_n = 9 + 99 + 999 + \ldots + \underbrace{999\ldots9}_{\text{n số 9}} = (10-1) + (10^2 - 1) + \ldots + (10^n - 1) =$$

$$= (10 + 10^2 + \ldots + 10^n) - n = \frac{10(10^n - 1)}{9} - n$$

Chương IV

GIỚI HẠN

Giới hạn là một trong những vấn đề cơ bản của giải tích. Không có giới hạn thì không có giải tích, hầu hết các khái niệm của giải tích đều liên quan đến giới hạn. Nội dung của chương giới thiệu các khái niệm của giới hạn, của hàm số và nêu một số định lí, quy tắc tìm giới hạn.

A. GIỚI HẠN DÃY SỐ

§1. DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN 0

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được các định nghĩa dãy số có giới hạn 0, các giới hạn dãy số và các giới hạn đặc biệt.

– Nắm được các định lí về giới hạn hữu hạn của dãy số, vận dụng tính các giới hạn của dãy số.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

Bài mới:

Hoạt động 1: **Định nghĩa dãy số có giới hạn 0**

Phiếu học tập số 1

+ Khi n tăng, các điểm biểu diễn trên trục số hình 4.1 thể hiện điều gì?
+ Nhận xét về giá trị của các số hạng kể từ số hạng thứ 11?
+ Từ định nghĩa hãy rút ra các nhận xét?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên cho học sinh quan sát bảng giá trị của dãy số $u_n = \frac{1}{n}$ và trả lời các câu hỏi do giáo viên đặt ra: + Bảng giá trị cho biết về gì? + Học sinh rút ra các nhận xét: u_n có thể nhỏ hơn 1 số dương bất kì kể từ 1 số hạng nào đó trở đi.	+ Xét dãy số: $u_n = \frac{1}{n}$ + Biểu diễn các dãy số trên trục số + Bảng mô tả giới hạn + Xét dãy số: $u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$
– Giáo viên yêu cầu tiếp tục thực hiện như trên đối với dãy số: $u_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$	*Định nghĩa 1:* (SGK) + Kí hiệu: $\lim u_n = 0$ hoặc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ hay: $u_n \to 0$ khi $n \to +\infty$
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm câu H1 và cho ví dụ. + Học sinh trả lời câu H1 và rút ra nhận xét: $\lvert u_n \rvert$ có thể nhỏ hơn 1 số dương bất kì kể từ 1 số hạng nào đó trở đi – Giáo viên nêu định nghĩa giới hạn 0 và một số giới hạn đặc biệt.	+ Nhận xét 1: a) Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi và chỉ khi dãy số $\lvert u_n \rvert$ có giới hạn 0. b) Dãy số không đổi (u_n), với $u_n = 0$ có giới hạn 0
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm câu H1 và nêu nhận xét, cho ví dụ. + Học sinh thực hiện yêu cầu của giáo viên (rút ra nhận xét). + Trả lời vào phiếu học tập theo yêu cầu trong phiếu.	+ Nhận xét 2: a) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$. b) $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$ nếu $\lvert q \rvert < 1$.

Hoạt động 2: **Một số dãy số có giới hạn 0**

Phiếu học tập số 2

+ Chứng minh: $\lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

+ Chứng minh: $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$

+ Chứng minh: lim $\frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề các giới hạn sau đây có thể chứng minh bằng định nghĩa: lim $\frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ và lim $\frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$.	+ Nội dung định lí 1 Cho dãy số (u_n) và (v_n). Nếu $\lvert u_n \rvert \leq v_n$ với mọi n và lim$v_n = 0$ thì lim$u_n = 0$
– Giáo viên nêu vấn đề dùng các định lí để chứng minh dãy số có giới hạn 0	+ Chứng minh định lí 1 sách giáo khoa
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm ví dụ 1 SGK: Chứng minh lim $\frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$	+ Ví dụ: lim $\frac{\sin n}{\sqrt{n}} = 0$
+ Học sinh chứng minh vào giấy nháp và trả lời câu H2	+ Nội dung định lí 2 Nếu $\lvert q \rvert < 1$ thì lim$q^n = 0$
+ Học sinh làm ví dụ 2(a) trong sách giáo khoa và trả lời câu H3. + Học sinh trả lời vào phiếu học tập số 2. Giáo viên kiểm tra sự hiểu bài cũ của học sinh bằng cách thu lại một số phiếu học tập của học sinh trung bình.	+ Chứng minh: lim $\frac{\cos\frac{n\pi}{5}}{4^n} = 0$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

- Nhắc lại nội dung của các định nghĩa và định lí
- Nhắc lại các nhận xét trong bài
- Dùng bài tập 1(a, b, c) và các bài 2a, 3a trang 132 SGK để củng cố.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

- Học thuộc các định lí, các giới hạn đặc biệt.
- Bài tập 1 – 4 trang 132 SGK

§2. DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN HỮU HẠN

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Nắm được định nghĩa dãy số có giới hạn hữu hạn.

– Chứng minh được nội dung các định lí 1 và 2 sách giáo khoa

– Giúp học sinh nắm được công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

– Nắm được khái niệm giới hạn $\pm\infty$

– Rèn luyện kĩ năng giải một số bài tập

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập về giới hạn của dãy số, đọc qua nội dung bài mới ở nhà để có thể tiếp thu bài mới dễ dàng hơn.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa giới hạn dãy số và các tính chất của nó ?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Định nghĩa dãy số có giới hạn hữu hạn**

Phiếu học tập số 1

+ Dãy số có giới hạn khác 0 có tính chất gì ?
+ Muốn chứng minh một dãy số có giới hạn a khác 0 ta làm gì?
+ Định nghĩa về dãy số có giới hạn khác 0

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên nêu khái niệm giới hạn khác 0 và đặt vấn đề dưới dạng các câu hỏi để học sinh trả lời: + Muốn chứng minh một dãy số có giới hạn a khác 0 ta làm gì? + Đặt vấn đề xét dãy số (u_n) với: $u_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$	– Xét dãy số: $u_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$ $\Rightarrow \lim(u_n - 3) = \lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$ $\Rightarrow$ Định nghĩa 1(SGK) Định nghĩa 2: (SGK)

– Giáo viên yêu cầu học sinh nêu định nghĩa + Học sinh nêu định nghĩa + Rút ra nhận xét: Dãy số có giới hạn là một số thực gọi là dãy số có giới hạn hữu hạn	$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - a) = 0$ Nhận xét: $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = L$ (L: hằng số) + Thay cho $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ ta viết tắt là: $\lim u_n = a$.
– Giáo viên yêu cầu học sinh làm ví dụ 1 và 2 (có thể chia làm hai nhóm làm hai câu) + Học sinh trả lời câu H1 và rút ra nhận xét.	+ $\lim u_n = L$ khi và chỉ khi khoảng cách $\lvert u_n - L \rvert$ từ điểm u_n đến L trở nên nhỏ bao nhiêu cũng được miễn n đủ lớn + Không phải mọi dãy số đều có giới hạn hữu hạn....
– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	

Hoạt động 2: Một số định lí

Phiếu học tập số 2

+ Nội dung của định lí 1 ?
+ Nội dung của định lí 2 ?
+ Chứng minh: Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n thì $L \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề thừa nhận định lí không cần chứng minh + Định lí 1. + Yêu cầu học sinh làm ví dụ 3 và trả lời câu H2 vào giấy nháp. + Định lí 2 + Yêu cầu học sinh làm ví dụ 4 và 5 vào giấy nháp và có thể gọi một học sinh lên bảng giải hai ví dụ này. + Một học sinh trả lời câu hỏi H3 Lưu ý: + Các định lí trên chỉ sử dụng được khi các dãy số u_n, v_n có giới hạn hữu hạn. + Chuyển u_n về dạng chứa các biểu thức	+ Định lí 1: Giả sử có: $\lim u_n = L$ a) $\lim \lvert u_n \rvert = \lvert L \rvert$ và $\lim \sqrt[3]{u_n} = \sqrt[3]{L}$ b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n thì $L \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$ + Định lí 2: Nội dung SGK + Làm các ví dụ 3, 4, 5 theo sách giáo khoa đã hướng dẫn.

$\frac{1}{n}$, áp dụng định lí 1 và các giới hạn đặc biệt. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	Ví dụ 5: + Xét $u_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ u_n là dãy tăng và bị chặn trên nên có giới hạn. + Kí hiệu: $e = \lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

Hoạt động 3: **Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn**

Phiếu học tập số 3

+ Thế nào gọi là cấp số nhân lùi vô hạn ?
+ Công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn ?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên đặt vấn đề xét cấp số nhân vô hạn: $u_1, u_1q, u_1q^2 ....u_1q^n$	
+ Xét ví dụ: Rút ra: $u_1 = \frac{1}{4}, u_2 = \frac{1}{16}, u_3 = \frac{1}{64}, u_n = \frac{1}{4^n}$ $S_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + ... + \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$	+ Định nghĩa: (SGK) + Cấp số nhân: $u_1, u_1q, u_1q^2 ....u_1q^n$ có công bội là q với $\lvert q \rvert < 1$ gọi là cấp số nhân lùi vô hạn. Ví dụ: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ..., \frac{1}{2^n}, ...$ có $q = \frac{1}{2}$
– Giáo viên nêu khái niệm cấp số nhân lùi vô hạn. – Xây dựng công thức tính tổng S. + Học sinh theo dõi và lĩnh hội kiến thức để có thể áp dụng làm bài tập hoặc tính toán một số bài toán đơn giản tại lớp. + Trả lời câu hỏi H4 + Giáo viên yêu cầu một học sinh giải ví dụ 6 trên bảng, cả lớp theo dõi và bổ sung	+ Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có công bội q. Khi đó: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ $= \frac{u_1}{1-q} - \left(\frac{u_1}{1-q}\right)q^n$ Do: $\lvert q \rvert < 1$ nên $\lim q^n = 0$. Do đó: $\lim S_n = \frac{u_1}{1-q}$ (2)
– Giáo viên có thể đưa ra một số	– Giới hạn (2) được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

nhận xét: + $\lim u_n = +\infty \Leftrightarrow \lim(-u_n) = -\infty$. + $\lim \sqrt{n} = +\infty$; $\lim n^k = +\infty$ (k nguyên dương) + $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$ – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	Kí hiệu: $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \dfrac{u_1}{1-q}$.

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Nhắc lại nội dung của các định nghĩa và định lí

– Nhắc lại các nhận xét trong bài

– Dùng bài tập 5(a, b, c) và các bài 6a, 7a trang 136 SGK để củng cố.

V. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

– Học thuộc các định lí, các giới hạn đặc biệt.

– Bài tập 5 – 10 trang 136 sách giáo khoa.

– Đọc thêm bài "Đoán nhận giới hạn của một dãy số thực bằng hình học" trang 138 và 139 sách giáo khoa.

§3. DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN VÔ CỰC

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Nắm được định nghĩa dãy số có giới hạn dương vô cực

– Nắm được định nghĩa dãy số có giới hạn âm vô cực

– Giúp học sinh nắm được các quy tắc tìm giới hạn vô cực.

– Rèn luyện kĩ năng giải một số bài tập đơn giản trong sách giáo khoa và các bài tập có tính nâng cao trong sách bài tập.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: – Phát biểu định nghĩa giới hạn 0 của dãy số, giới hạn khác 0.
– Nêu các định lí về giới hạn hữu hạn?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Dãy số có giới hạn $+\infty$**

Phiếu học tập số 1

+ Định nghĩa về giới hạn $+\infty$?

+ Chứng minh: $\lim \sqrt{n} = +\infty$

+ Tìm $\lim(-2n + 3)$?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên đặt vấn đề xét dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$, phân tích giá trị của u_n theo n + Khi n đủ lớn + Giá trị của u_n $\Rightarrow$ Định nghĩa về giới hạn $+\infty$: + Yêu cầu học sinh áp dụng định nghĩa để chứng minh: a) $\lim n = +\infty$ b) $\lim \sqrt{n} = +\infty$ c) $\lim \sqrt[3]{n} = +\infty$ – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	Định nghĩa: + Với một số dương tuỳ ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ số hạng nào đó trở đi, đều lớn hơn số dương đó $\Rightarrow u_n \Rightarrow +\infty$ $\lim(u_n) = +\infty$ hoặc $\lim u_n = +\infty$ hoặc $u_n \Rightarrow +\infty$ Chứng minh: Theo sự hướng dẫn của giáo viên

Hoạt động 2: **Dãy số có giới hạn $-\infty$**

Phiếu học tập số 2

+ Định nghĩa về giới hạn $-\infty$?
+ Nội dung của định lí thứ nhất ?
+ Nhận xét về giới hạn $-\infty$?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề xét dãy số (u_n) tương tự như trong mục 1, phân tích giá trị của u_n theo n (số âm) ⇒ Định nghĩa về giới hạn $-\infty$: + Học sinh làm ví dụ 1 + Chú ý: Giáo viên lưu ý học sinh cách gọi chung của các dãy số có giới hạn vô cực ($-\infty$ và $+\infty$) – Giáo viên hướng dẫn học sinh rút ra nhận xét.	Định nghĩa: Dãy số u_n có giới hạn $-\infty$ nếu mỗi số âm tuỳ ý cho trước, mọi số hạng trong dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi đều nhỏ hơn số âm đó. $\lim(u_n) = -\infty$ hoặc $u_n \Rightarrow -\infty$
+ Giáo viên giới thiệu định lí (không cần chứng minh) + Có thể ra một bài tập nhỏ để học sinh có thể vận dụng định lí. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	+ Nếu $\lim \lvert u_n \rvert = +\infty$ thì $\lvert u_n \rvert$ trở nên lớn bao nhiêu cũng được, miễn là n đủ lớn. Do đó $\lvert 1/u_n \rvert = 1/\lvert u_n \rvert$ trở nên nhỏ bao nhiêu cũng được, miễn là n đủ lớn. + Định lí: Nếu $\lim \lvert u_n \rvert = +\infty$ thì $\lim 1/u_n = 0$

Hoạt động 3: **Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực**

Phiếu học tập số 3
+ Nội dung các quy tắc tìm giới hạn vô cực. + Tìm $\lim n^k$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên nêu lí do không thể áp dụng được các định lí đã học. Khi tìm các giới hạn vô cực cần áp dụng các quy tắc – Giới thiệu các bảng của từng quy tắc. Ví dụ 1: Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện ví dụ 1. + Học sinh làm ví dụ 1	+ Quy tắc 1: Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim(u_nv_n)$ cho trong bảng 1. * Ví dụ 1: Vì $n^2 = n.n$ va $\lim n = +\infty$ nên $\lim n^2 = +\infty \Rightarrow \lim n^k = +\infty$ $(k > 0)$ + Quy tắc 2: Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ và $\lim v_n = L \neq 0$ thì $\lim(u_nv_n)$ được cho trong bảng 2
Ví dụ 2: Giáo viên yêu cầu học	* Ví dụ 2: Tìm $\lim(3n^2 - 101n - 51)$ Ta có: $3n^2 - 101n - 51 = n^2(3 - 101/n$

sinh thực hiện ví dụ 2. + Học sinh làm ví dụ 2 – Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện trả lời câu H1 vào giấy nháp và có thể gọi 1 học sinh trình bày. Ví dụ 3: Giáo viên yêu cầu học hinh thực hiện ví dụ 3. + Học sinh làm ví dụ 3 – Giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện trả lời câu H1 vào giấy nháp và có thể gọi 1 học sinh trình bày trước lớp, cả lớp theo dõi và góp ý bổ sung. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	$- 51/n^2$); Vì $\lim n^2 = +\infty$ nên $\lim(3 - 101/n - 51/n^2) = 3 > 0$ $\Rightarrow \lim(3n^2 - 101n - 51) = +\infty$ + Quy tắc 3: Nếu $\lim u_n = L \neq 0$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ hoặc $v_n < 0$ kể từ một số hạng nào đó trở đi thì $\lim u_n/v_n$ có giá trị cho trong bảng 3. * Ví dụ 3: Tìm $\lim \frac{3n^3 + 2n - 1}{2n^2 - n}$ Phân tích $\Rightarrow \lim(3 + 2/n^2 - 1/n^3) = 3 > 0$ và $\lim(2/n - 1/n^2) = 0$ $\Rightarrow \lim \frac{3n^3 + 2n - 1}{2n^2 - n} = +\infty$ – Giáo viên dùng bài tập luyện tập (tuỳ thuộc vào thời gian còn lại của tiết học để chọn bài thích hợp) Tìm: a) $\lim -2n^3 + 3n + 5$ b) $\lim(2n + \cos n)$

III. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Nhắc lại nội dung của các định nghĩa và định lí

– Nhắc lại các nhận xét trong bài

– Nhắc lại 3 quy tắc và chú ý đến giá trị ở các bảng 1, 2, 3 trong bài

– Dùng bài tập 12(a, b, c) và các bài 13a, 14a trang 144 SGK để củng cố.

IV. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ:

– Học thuộc các định lí, các giới hạn đặc biệt.

– Bài tập 1 – 20 trang 144 – 145 SGK.

– Chuẩn bị cho tiết chữa bài tập.

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh củng cố lại kiến thức đã học về giới hạn dãy số.

– Rèn luyện kĩ năng tính giới hạn của các dãy số.

– Rèn luyện kĩ năng giải một số bài tập đơn giản trong sách giáo khoa và các bài tập có tính nâng cao trong sách bài tập.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và các bài tập điển hình cho từng dạng toán đã học về giới hạn của dãy số.

– Học sinh làm bài tập của bài cũ, chú ý đến các dạng bài cụ thể đã học trong chương.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: – Phát biểu định nghĩa giới hạn 0 của dãy số, giới hạn khác 0.
   – Nêu các định lí về giới hạn hữu hạn?
2. Bài mới:

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Hoạt động 1: – Giáo viên hướng dẫn về phương pháp chung để giải các bài tập trong phần giới hạn bằng cách sử dụng các định nghĩa, định lí đã được chứng minh trong phần lí thuyết ở các bài trên. – Giáo viên gọi học sinh lên bảng (có thể 3 học sinh) yêu cầu làm các bài tập trang 136 –137 sách giáo khoa. a) $\lim\frac{3n^2+n-5}{2n^2+1}$ b) $\lim\frac{3^n+5.(-2)^n-4^n}{4^n+(\sqrt{10})^n}$ c) $\lim\frac{\sqrt{9n^2-n+1}}{4n^3-2}$	+ Sử dụng các định nghĩa + Sử dụng các định lí + Sử dụng các chú ý đặc biệt ⇒ phương pháp giải tối ưu phụ thuộc vào từng bài cụ thể Bài tập a, b, c (bài tập giáo viên ra) a) $\lim\frac{3n^2+n-5}{2n^2+1}=\lim\frac{3+\frac{1}{n}-\frac{5}{n^2}}{2+\frac{1}{n^2}}=\frac{3}{2}$ b) $\lim\frac{3^n+5.(-2)^n-4^n}{4^n+(\sqrt{10})^n}=\lim\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n+5\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{1+\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^n}=-1$

HS 1: giải câu a HS 2: giải câu b HS 3: giải câu c – Gọi 3 học sinh khác chuẩn bị để bổ sung và nhận xét: HS 4: bổ sung câu a HS 5: bổ sung câu b HS 6: bổ sung câu c GV cùng cả lớp sửa chữa sai sót	$c)\lim\frac{\sqrt{9n^2-n+1}}{4n^3-2}=\lim\frac{\sqrt{\frac{9}{n^4}-\frac{1}{n^5}+\frac{1}{n^6}}}{4-\frac{2}{n^3}}=0$
– Gọi các học sinh đã giải các bài tập d, e, f trình bày phương án giải bài tập của mình và đánh giá cho điểm. $d)\lim\frac{4n^5-3n^4\sqrt{n}+7}{n(n^2+1)(5-2n^2)}$ $e)\lim\frac{\sqrt{n}-1}{2n+3}$ $f)\lim\left(n-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1-4n}{2n^2}\right)$	$d)\lim\frac{4n^5-3n^4\sqrt{n}+7}{n(n^2+1)(5-2n^2)}=\lim\frac{4-\frac{3}{\sqrt{n}}+\frac{7}{n^5}}{\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{5}{n^2}-2\right)}=$ $e)\lim\frac{\sqrt{n}-1}{2n+3}=\lim\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{n}}{2+\frac{3}{n}}=0$ $f)\lim\left(n-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1-4n}{2n^2}\right)=\lim\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{1}{2n}-2\right)$ $=-2$
– Giáo viên phân công thành từng nhóm học sinh giải các bài tập trong sách giáo khoa theo yêu cầu của giáo viên và cử đại diện nhóm trình bày phương án giải bài tập của nhóm mình và đánh giá cho điểm.	Bài giải 1: a) Ta có: $\frac{2n-1}{n^2}\le\frac{2n+\cos n}{n^2}\le\frac{2n+1}{n^2},\forall n\in\mathbb{N}^*$ $\lim\frac{2n-1}{n^2}=\lim\frac{2n+1}{n^2}=0$ Vậy: $\lim\frac{2n+\cos n}{n^2}=0$ b),c) tương tự. Bài giải 2: Bài tập 5: Ta có $S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{64}{3}\Leftrightarrow u_1=\frac{64(1-q)}{3}=12$

– Giáo viên tổng kết lại các kiến thức và lưu ý học sinh một số vấn đề về cách giải các bài tập.	Dạng khai triển: $12,3,\frac{3}{4},\frac{3}{16},\frac{3}{64},\ldots,\frac{3}{4^{n-2}},\ldots$ Bài giải 3 a) Ta có: $u_{n+1}-u_n=0,33...33-0,33...3=0,00...03>0$ Vậy (u_n) tăng Mặt khác: $\frac{1}{3}-\frac{1}{10^n}<u_n<\frac{1}{3}$ nên (u_n) bị chặn trên nên (u_n) hội tụ. b) Ta có $\lim\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{10^n}\right)=\lim\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ Do đó $\lim u_n=\frac{1}{3}$. Bài giải 4: $a)\lim(n^3+2n^2-n+1)=\lim n^3\left(1+\frac{2}{n}-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}\right)$ $=+\infty$ $b)\lim(-2n^4+5n^2-2)=\lim n^4\left(-2+\frac{5}{n^2}-\frac{2}{n^4}\right)$ $=-\infty$

III. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Giáo viên có thể ôn lại các định lí và các định nghĩa về giới hạn một lần nữa để học sinh nắm sau khi đã có tiết áp dụng làm bài tập.

– Giáo viên nhắc lại phương pháp chung giải các bài tập cho học sinh để các em có thể về nhà tự giải các bài tập trong sách bài tập

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Nắm các định lí về giới hạn hữu hạn, giới hạn vô hạn

– Giải các bài tập trong sách bài tập, phần liên quan đến giới hạn.

B. GIỚI HẠN HÀM SỐ. HÀM SỐ LIÊN TỤC

§4. ĐỊNH NGHĨA VÀ MỘT SỐ ĐỊNH LÍ VỀ GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm, giới hạn hữu hạn của hàm số tại $\pm\infty$, khái niệm giới hạn 1 bên.

– Nắm và vận dụng được các định lí về giới hạn hữu hạn để tính các giới hạn hữu hạn của hàm số.

– Rèn luyện kĩ năng giải một số bài tập áp dụng đơn giản tại lớp, và các bài tập trong sách giáo khoa tại nhà.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa giới hạn của dãy số?
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Giới hạn hàm số tại 1 điểm**

Phiếu học tập số 1

+ Các bước để xác định giới hạn của hàm số ?
+ Khi nào thì hàm số f(x) không có giới hạn hữu hạn khi x dần về x_0 ?
+ Nhận xét về định nghĩa giới hạn của hàm số tại 1 điểm.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề về khái niệm giới hạn hữu hạn, bằng cách xét bài toán như trong sách giáo khoa. Cho học sinh thực hiện các bước để xác định giới hạn của hàm số: ⇒ Rút ra định nghĩa 1 – Giáo viên đặt câu hỏi: khi nào thì hàm số f(x) không có giới	Xét hàm số: $f(x) = \dfrac{2x^2-8}{x-2}$ và mỗi dãy số bất kì $x_1, x_2, x_3, \dots x_n, \dots$ những số thực khác 2 ($x_n \neq 2$ với mọi n). Xác định dãy các giá trị tương ứng $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3) \dots f(x_n), \dots$ của hàm số và tìm $\lim f(x_n) = ?$ Định nghĩa 1: (SGK) Kí hiệu: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ ta có:

hạn hữu hạn khi x dần về x_0 ? yêu cầu học sinh trả lời vào giấy nháp, gọi 1 em đứng dậy trả lời. – Gọi một em khác đọc định nghĩa. – Cả lớp làm ví dụ 1. – Gọi 1 học sinh giỏi nhận xét. – Cả lớp làm câu H1: Tìm: $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ + Áp dụng định nghĩa và các lưu ý ta sẽ tìm được giới hạn trên. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l}\forall (x_n)\subset K\setminus\{x_0\}, \lim x_n = x_0\\ \text{thì } \lim f(x_n)=L\end{array}\right)$ Ví dụ 1: (SGK) Nhận xét: a) Nếu f(x) = c với mọi x ∈ R trong đó c là hằng số thì mọi $x_0 \in R$ có $\lim\limits_{x\to x_0} x = x_0; \lim\limits_{x\to x_0} c = c$ (c:hằng số) b) Nếu g(x) = x với mọi x ∈ R thì với mọi $x_0 \in R$ ta có $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \lim\limits_{x\to x_0} x = x_0$ + Ví dụ xác định: $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$.

Hoạt động 2: **Giới hạn vô cực**

Phiếu học tập số 2

+ Thế nào là giới hạn vô cực của hàm số ?

+ Xác định giới hạn của: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3}{(x-1)^2}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề tương tự giữa giới hạn vô cực của hàm số và giới hạn hữu hạn tại một điểm của hàm số. Minh hoạ bằng giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$ + Học sinh làm ví dụ 2 vào giấy nháp $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3}{(x-1)^2}$ Chuẩn bị trình bày trước lớp khi được giáo viên gọi.	+ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$ có nghĩa là với mọi dãy (x_n) trong tập hợp (a; b)\{x_0} mà $\lim x_n = x_0$ ta đều có $\lim f(x_n) = +\infty$ + Xét hàm số $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3}{(x-1)^2}$ đầu tiên xét hàm số: f(x) = $\dfrac{3}{(x-1)^2}$ với mọi dãy số (x_n) mà $x_n \neq 1$với mọi n và $\lim x_n = 1$, ta có $f(x_n) = \dfrac{3}{(x-1)^2}$. Vì lim3 = 3 > 0, $\lim(x_n - 1)^2 = 0$ và

– Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	$(x_n - 1)^2 > 0$ với mọi n nên $\lim f(x_n) = +\infty$ Do đó $\Rightarrow \lim_{x \to 1} \frac{3}{(x-1)^2} = +\infty$

Hoạt động 3: **Giới hạn của hàm số tại vô cực**

Phiếu học tập số 3
+ Thế nào là giới hạn hàm số tại vô cực ? + Nội dung định nghĩa về giới hạn hàm số tại vô cực ?

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề sự tương tự của giới hạn hàm số tại vô cực với giới hạn hàm số tại một điểm (nêu định nghĩa tương tự sách giáo khoa) – Gọi 1 học sinh đọc định nghĩa 2 (nội dung như sách giáo khoa)	Định nghĩa 2: Giả sử hàm số f xác định trên khoảng (a; +∞). Ta nói rằng hàm số f có giới hạn là số thực L khi x dần đến +∞ nếu với mọi dãy số (x_n) trong khoảng (a; +∞) (tức là $x_n > a$ với mọi n) mà $\lim x_n = +\infty$, ta đều có $\lim f(x_n) = L$ $\lim_{x \to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$
+ Học sinh làm ví dụ 3 (a, b) trong sách giáo khoa + Trình bày nhận xét về kết quả – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	Nhận xét: áp dụng định nghĩa giới hạn của hàm số ta có: với mọi số nguyên dương k ta luôn có: a) $\lim_{x \to \pm\infty} x^k = \pm\infty$ c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ b) $\lim_{x \to +\infty} x^k = \begin{cases} +\infty \text{ nếu k chẵn} \\ -\infty \text{ nếu k lẽ} \end{cases}$ d) $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$

Hoạt động 4: **Một số định lí về giới hạn hữu hạn**

Phiếu học tập số 4
+ Nội dung định lí 1 ? + Nội dung định lí 2 ?

– Giới hạn áp dụng các định lí này ?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh là có thể áp dụng các định lí về giới hạn của dãy số ta có thể tìm được giới hạn của các hàm số. – Giáo viên giới thiệu các định lí 1, 2. Nhấn mạnh rằng các định lí này chỉ sử dụng khi giới hạn của các hàm số đã cho là các số hữu hạn + Học sinh giải các bài tập ví dụ và trả lời H1 và H2 – Giáo viên giới thiệu khái niệm giới hạn một bên. – Nêu định lí 3, hướng dẫn cách chứng minh một hàm số không có giới hạn hữu hạn tại 1 điểm. – Giáo viên hướng dẫn học sinh thực hiện các bước để giải các bài tập ví dụ. Rút ra các nhận xét. + Học sinh trả lời câu hỏi khi nào thì hàm số không có giới hạn hữu hạn tại $\pm\infty$? Trả lời câu hỏi H3 và H4. – Giáo viên hướng dẫn học sinh rút ra phương pháp tính giới hạn hàm số tại $\pm\infty$. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	– Nội dung định lí 1 a) $\lim\limits_{x \to x_0}\left[f(x) - g(x)\right] = L + M$ b) $\lim\limits_{x \to x_0}\left[f(x) - g(x)\right] = L - M$ c) $\lim\limits_{x \to x_0}\left[f(x).g(x)\right] = LM$ nếu c là hằng số thì $\lim\limits_{x \to x_0}\left[cf(x)\right] = cL$ d) M ≠ 0 thì $\lim\limits_{x \to x_0}\dfrac{\left[f(x)\right]}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$ + Nội dung định lí 2 Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ khi đó a) $\lim\limits_{x \to x_0}\left\|f(x)\right\| = \left\|L\right\|$ b) $\lim\limits_{x \to x_0}\sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{L}$ c) Nếu f(x) ≥ 0 với mọi x ∈ J là một khoảng nào đó chứa x_0 thì L ≥ 0 và $\lim\limits_{x \to x_0}\sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Nhắc lại nội dung của các định nghĩa và định lí

– Nhắc lại các nhận xét trong bài

– Tính các giới hạn sau: $\lim\limits_{x \to -1}\dfrac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}; \lim\limits_{x \to 2}\dfrac{\sqrt{x + 2} - 2}{x - 2}; \lim\limits_{x \to +\infty}\dfrac{x^3 + 2x^2 - 5}{x^2 - x^3}$

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Ôn lại các định nghĩa

– Nắm được các định lí về giới hạn hữu hạn của hàm số, giới hạn vô hạn

– Nắm được các nhận xét

– Giải các bài tập trong sách giáo khoa phần liên quan đến giới hạn trang 153 và 154.

– Đọc thêm bài "Các định lí kẹp và định lí về điều kiện tồn tại giới hạn hữu hạn của dãy số tăng hay giảm" trang 154 – 155 sách giáo khoa.

§5. GIỚI HẠN MỘT BÊN

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Nắm được khái niệm, định nghĩa về giới hạn hữu hạn của dãy số.

– Giúp học sinh nắm được khái niệm giới hạn $\pm\infty$ của hàm số.

– Nắm và vận dụng được các định lí về giới hạn để tính các giới hạn hữu hạn của hàm số.

– Rèn luyện kĩ năng giải bài tập về giới hạn hữu hạn và giới hạn vô cực

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa giới hạn của dãy số?

2. Bài mới:

Hoạt động 1. **Giới hạn hữu hạn**

Giáo viên đặt vấn đề trở lại định nghĩa của hàm số: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$, với giả thiết f xác định trên tập hợp $(a, b)\backslash\{x_0\}$ trong đó (a, b) là khoảng chứa điểm x_0, như vậy các giá trị được xét của x là các giá trị lớn hơn hoặc nhỏ hơn x_0.

Khái niệm giới hạn một bên khi ta chỉ xét giá trị của hàm số f với $x > x_0$ hoặc $x < x_0$.

Phiếu học tập số 1

+ Nếu $x \Rightarrow x_0^+$ gọi là giới hạn gì ?

+ Nếu $x \Rightarrow x_0-$ gọi là giới hạn gì ?

+ Các định lí trong mục 4 vẫn đúng khi nào ?

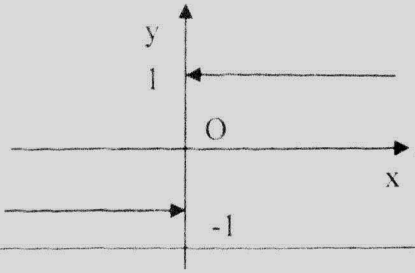
Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên trình bày định nghĩa và yêu cầu học sinh chú ý lắng nghe và theo dõi trong sách giáo khoa để trả lời các câu hỏi theo yêu cầu của giáo viên. + Hàm f(x) xác định trong tập nào ? + L là số ? + Nếu x ⇒ x_0^+ gọi là giới hạn gì ? + Nếu x ⇒ x_0^- gọi là giới hạn gì ? – Giáo viên gọi một học sinh đứng dậy trên cơ sở giới hạn phải đã được định nghĩa hãy định nghĩa giới hạn trái, học sinh cả lớp theo dõi để bổ sung. – Giáo viên nêu tình huống có vấn đề để gợi ý học sinh đi đến các nhận xét và yêu cầu một học sinh khá đứng lên nhận xét, cả lớp chú ý lắng nghe và chuẩn bị bổ sung. – Yêu cầu học sinh cả lớp làm ví dụ 1 (theo hướng dẫn trong sách giáo khoa và giáo viên gọi 1 em đứng dậy trình bày cách giải của mình cho cả lớp hiểu. – Làm câu H1 vào giấy nháp và 1 học sinh lên bảng trình bày. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu.	– Định nghĩa 1 $\lim\limits_{x\to x^+_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim f(x) \to L$ khi x ⇒ x_0^+ + f(x) xác định trong tập $(x_0;b)$ với x_0 thuộc R + L là một số thực + Giới hạn phải và giới hạn trái – Định nghĩa 2 $\lim\limits_{x\to x^-_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim f(x) \to L$ khi x ⇒ x_0– – Nhận xét: a) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ thì hàm số f có giới hạn bên phải và bên trái tại điểm x_0 và: $\lim\limits_{x\to x^-_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x^+} f(x) = L$ b) Ta phải thừa nhận điều ngược lại cũng đúng, nghĩa là Nếu $\lim\limits_{x\to x^-_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x^+} f(x) = L$ thì hàm số f(x) có giới hạn tại x_0 và $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ c) Các định lí trong mục 4 vẫn đúng khi thay các giá trị x ⇒ x_0 bởi x ⇒ x^+_0 và x ⇒ x_0^-.

Hoạt động 2. **Giới hạn vô cực**

Giáo viên đặt vấn đề tình huống 1 và 2 theo sách giáo khoa. Tương tự giữa giới hạn vô cực của hàm số và giới hạn hữu hạn tại một điểm của hàm số. Minh hoạ bằng giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$ ·

Phiếu học tập số 2

+ Khi nào thì hàm số không có giới hạn hữu hạn tại $\pm\infty$?
+ Các định lí 1, 2, 3 có sử dụng được cho giới hạn tại $\pm\infty$ không ?
+ Xác định giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-2x}{x^2+1}$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh thực hiện các thao tác trong hoạt động để làm ví dụ 2, rút ra khái niệm tổng quát. + Học sinh trả lời: khi nào thì hàm số không có giới hạn hữu hạn tại $\pm\infty$? – Giáo viên hướng dẫn học sinh rút ra phương pháp tính giới hạn hàm số tại $\pm\infty$. + Học sinh rút ra nhận xét – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu. Giáo viên kiểm tra khả năng tiếp thu của học sinh bằng việc kiểm tra xác suất một số phiếu đã thu.	Tóm tắt kiến thức từ định nghĩa: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=L\Leftrightarrow\left(\begin{array}{c}\forall(x_n)\subset(a,+\infty),\lim x_n=+\infty\\ \text{thì }\lim f(x_n)=L\end{array}\right)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=L\Leftrightarrow\left(\begin{array}{c}\forall(x_n)\subset(-\infty,a),\lim x_n=-\infty\\ \text{thì }\lim f(x_n)=L\end{array}\right)$ Nhận xét: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}x=\pm\infty;\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{c}{x}=0$ (c: hằng số) *Chú ý:* Các định lí 1, 2, 3 đều sử dụng được cho giới hạn tại $\pm\infty$ *Ví dụ:* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-2x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=3$ 

III. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Ôn lại các định nghĩa

– Nắm được các định lí về giới hạn hữu hạn của hàm số, giới hạn vô hạn.

– Nắm được các nhận xét.

– Tính các giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x+1}$; $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^3+2x^2-5}{x^2-x^3}$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Nắm được các định lí 1,2,3.

– Giải các bài tập trong sách giáo khoa, phần liên quan đến giới hạn trang 160 và 161.

§6. MỘT VÀI QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN VÔ CỰC

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được quy tắc tìm giới hạn $\pm\infty$ của hàm số thông qua các định lí (quy tắc 1 và 2).

– Nắm được các quy tắc tính các giới hạn có liên quan đến loại giới hạn này thông qua các ví dụ.

– Biết cách nhận dạng các dạng giới hạn vô định và phương pháp khử các dạng này.

– Rèn luyện kĩ năng xác định một số giới hạn cụ thể thông qua bài tập.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm, tại $\pm\infty$

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Quy tắc 1**

Giáo viên đặt vấn đề các định lí ở mục 4 chỉ đúng cho các giới hạn hữu hạn, không áp dụng được cho các giới hạn vô cực vì vậy ta cần giới thiệu các định lí riêng cho cách tính các giới hạn vô cực.

Phiếu học tập số 1

+ Nội dung định lí 1 ?
+ Nội dung của định nghĩa.
+ Nêu các nhận xét về giới hạn vô cực.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên giới thiệu định lí 1 Lưu ý công thức và định lí này áp dụng cho mọi trường hợp có: $x \to x_0$, $x \to x_0^+$ và $x \to x_0^-$. $x \to +\infty$ và $x \to -\infty$. – Giáo viên hướng dẫn học sinh phát biểu các quy tắc tìm giới hạn tích, thương của các giới hạn. Vận dụng giải các bài toán ở ví dụ + Quy tắc 1 (quy tắc tìm giới hạn của tích f(x).g(x)): Giới thiệu bảng 1 các giá trị của $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right]$. – Giáo viên yêu cầu học sinh cả lớp làm ví dụ 1 và 2 theo nhóm – Gọi học sinh đại diện cho nhóm trả lời các kết quả của mình – Thực hiện trả lời câu H1 + Học sinh trả lời vào phiếu học tập theo yêu cầu của câu hỏi trong phiếu.	+ Nội dung định lí 1 + Định nghĩa: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Leftrightarrow \begin{pmatrix}\forall(x_n)\subset(a,+\infty),\lim x_n=-\infty\\ \text{thì } \lim f(x_n)=+\infty\end{pmatrix}$ thì: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=0$ Nhận xét: f(x) có giới hạn $+\infty \Leftrightarrow -f(x)$ có giới hạn $-\infty$ + Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = L \neq 0$ thì lim [f(x).g(x)] được cho trong bảng 1 (để ý đến dấu của tích này) + *Ví dụ 1:* Tìm $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^3-x^2+3x-5)$ Ta có: $(2x^3-x^2+3x-5)=x^3(2-1/x+3/x^2-5/x^3)$ với mọi $x\neq 0$. vì $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}(2-1/x+3/x^2-5/x^3)=2>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^3-x^2+3x-5)$ $=-\infty$

Hoạt động 2: **Quy tắc 2**

Phiếu học tập số 2

+ Nêu nội dung các quy tắc tìm giới hạn tích, giới hạn thương.
+ Xác định giới hạn: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên hướng dẫn học sinh phát biểu các quy tắc tìm giới hạn tích, thương của các giới hạn. Vận dụng giải các bài toán ở ví dụ + Quy tắc 2 (quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$) + Giới thiệu bảng 1 các giá trị của $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{[f(x)]}{g(x)}$ xác định trong bảng 2. – Giáo viên yêu cầu học sinh cả lớp làm ví dụ 3 và 4 theo nhóm – Gọi học sinh đại diện cho nhóm trả lời các kết quả của mình – Thực hiện trả lời câu H2 – Giáo viên yêu cầu học sinh cả lớp giải ví dụ 5 vào giấy nháp và gọi 1 học sinh trình bày để kiểm tra mức độ hiểu bài của các em. + Học sinh trả lời vào phiếu học tập theo yêu cầu của câu hỏi trong phiếu.	Quy tắc 2: Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L \neq 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ và g(x) > 0 hoặc g(x) < 0 với mọi giá trị của $x \in J\{x_0\}$, trong đó J là một khoảng nào đó chứa x_0 thì $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{[f(x)]}{g(x)}$ được xác định như bảng 2 Ví dụ: Tìm $\lim\limits_{x\to-2}\frac{2x+1}{(x+2)^2}$ Ta có: $\lim\limits_{x\to-2}(2x+1) = -3 < 0$. $\lim\limits_{x\to-2}(2x+1)^2 = 0$ và $(x+2)^2 > 0$ với mọi $x \neq -2$. Do đó $\lim\limits_{x\to-2}\frac{2x+1}{(x+2)^2} = -\infty$.

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Nắm các quy tắc xác định giá trị giới hạn của các hàm số tại vô cực

– Tính các giới hạn sau:

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^2-4x-5}{x+1};\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2};\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+2x^2-5}{x^2-x^3}$$

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Nắm các quy tắc 1 và 2.

– Giải các bài tập trong sách giáo khoa phần liên quan đến giới hạn trang 164 và 165.

§7. CÁC DẠNG VÔ ĐỊNH

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Biết cách nhận dạng các dạng giới hạn vô định và phương pháp khử các dạng này.

– Rèn luyện kĩ năng xác định một số giới hạn vô định cụ thể thông qua các bài tập.

– Rèn luyện kĩ năng giải các bài tập về dạng cụ thể $0/0$; ∞/∞; $0.\infty$ và $\infty-\infty$.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh đọc qua nội dung bài mới ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH CÁC BƯỚC LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu quy tắc xác định giá trị giới hạn hữu hạn của hàm số tại $\pm\infty$

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Đặt vấn đề về các dạng giới hạn vô định**

Giáo viên đưa ra một số ví dụ cụ thể và thông qua đó để đặt vấn đề cần có phương pháp chung để giải các bài toán này, từ đó dẫn đến khái niệm về các dạng vô định.

– Giáo viên yêu cầu học sinh tìm các giới hạn sau:

1. Tìm: $\lim[f(x)/g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = \lim g(x) = 0$ hoặc $\lim f(x) = \pm\infty$ và $\lim g(x) = \pm\infty$

2. Tìm: $\lim[f(x)/g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = 0$ và $\lim f(x) = \pm\infty$

3. $\lim[f(x) - g(x)]$, trong đó $\lim f(x) = \lim g(x) = +\infty$
hoặc $\lim f(x) = \lim g(x) = -\infty$

Khi $x \to x_0$, $x \to x_0^+$ và $x \to x_0-$, $x \to +\infty$ và $x \to -\infty$

– Ta không thể áp dụng các định lí và quy tắc tìm giới hạn hữu hạn hay vô cực để giải được vì vậy các dạng này còn được gọi là vô định.

Kí hiệu: $0/0$; ∞/∞; $0.\infty$ và $\infty-\infty$.

– Học sinh lắng nghe và lĩnh hội cách giải thích của giáo viên

Hoạt động 2: **Dạng $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$**

Phiếu học tập số 1

+ Cách nhận biết các dạng giới hạn vô định ?

+ Xác định giới hạn của: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-12x+11}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Sau khi giáo viên đặt vấn đề xét dạng vô định thứ nhất: $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$, yêu cầu học sinh thực hiện giải ví dụ 1: – Lưu ý học sinh các sai lầm thường gặp của mình là sử dụng các định lí 1, 2, 3 cho các giới hạn $\pm\infty$. Tìm: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-12x+11}$ + Xác định dạng thông qua phân tích đề ra: + Cách giải: (bằng cách nhân tử) – Yêu cầu học sinh trả lời câu H1 vào giấy nháp thông qua trao đổi theo nhóm và cử đại diện nhóm trình bày trước lớp. + Học sinh trả lời vào phiếu học tập theo yêu cầu của câu hỏi trong phiếu.	– Lĩnh hội kiến thức và hiểu được các dạng, cách nhận biết các dạng này khi gặp bài toán cụ thể *Dạng* $\frac{0}{0}$: *Tìm* $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\lim\limits_{x\to x_0}v(x)=0$ Ví dụ + Tìm $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-12x+11}$ nhân tử và mẫu: $\frac{x+\sqrt{2x-1}}{x+\sqrt{2x-1}}$ và biến đổi cuối cùng ta tìm được $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-12x+11}=0$ Ví dụ: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^3-1}$ $=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2+x+1)}$ $=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-2}{x^2+x+1}=-\frac{1}{3}$ *Dạng* $\frac{\infty}{\infty}$: Tìm $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty$

	Ví dụ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4-2x+1}{x^4+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-\dfrac{2}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}{1+\dfrac{5}{x^4}}=3$

Hoạt động 2: **Dạng** $0.\infty$

Phiếu học tập số 2

+ Nêu các dạng vô định thường gặp và phương pháp khử các dạng vô định đó.

+ Tìm $\lim\limits_{x\to x_0}\left[u(x).v(x)\right]$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=0, \lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty$

+ Xác định giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}\right)$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
-- Giáo viên đặt vấn đề xét dạng vô định thứ nhất $0.\infty$, yêu cầu học sinh thực hiện giải ví dụ 3: – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu. Giáo viên kiểm tra khả năng tiếp thu của học sinh bằng việc kiểm tra xác suất một số phiếu đã thu.	Tìm $\lim\limits_{x\to x_0}\left[u(x).v(x)\right]$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=0, \lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty$ Ví dụ: $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x}{x(x+1)(x-1)}=$ $=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2}{x^2-1}=-2$

Hoạt động 3: **Dạng** $\infty-\infty$

Phiếu học tập số 3

Xác định các giới hạn của:

$a)\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-1}{x+1}$

b) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x}{x-2}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-99}{x^2+1}$.

– Giáo viên đặt vấn đề xét dạng vô định thứ nhất $\infty - \infty$, yêu cầu học sinh thực hiện giải ví dụ 4: – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu. Giáo viên kiểm tra khả năng tiếp thu của học sinh bằng việc kiểm tra xác suất một số phiếu đã thu.	Xác định: $\lim\limits_{x \to x_0} \left[u(x) - v(x)\right]$ Khi: $\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = +\infty, \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = +\infty$ hoặc: $\lim\limits_{x \to x_0} u(x) = -\infty, \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = -\infty$ Ví dụ: $a) \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-1}{x+1} = 2$ b) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3x}{x-2} = +\infty$ c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-99}{x^2+1} = -\infty$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP:

– Nhắc lại điều kiện để sử dụng các định lí 1, 2, 3 cho các giới hạn $\pm\infty$.

– Các dạng giới hạn vô định và cách khử chúng

– Bài tập 38 trang 169 SGK

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ:

– Ôn lại các định nghĩa về các dạng vô định

– Giải các bài tập trong sách giáo khoa phần liên quan đến giới hạn trang 169 và 170.

– Chuẩn bị cho tiết tới chữa bài tập.

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh củng cố lại kiến thức đã học về giới hạn hàm số.

– Rèn luyện kĩ năng tính các loại giới hạn hàm số.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và các bài tập điển hình

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà cho tiết chữa và các ý kiến thắc mắc.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu các dạng vô định và phương pháp khử các dạng vô định?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa**

Giáo viên đặt vấn đề và phân loại các dạng bài tập và các phương pháp giải chúng. Lưu ý học sinh một số chú ý quan trọng trong quá trình giải toán như:

+ Điều kiện để áp dụng định lí

+ Phương pháp khử các dạng vô định.

Phiếu học tập số 1

+ Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$; b) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$

c) $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$ d) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề và chia thành 4 nhóm đề nghị mỗi nhóm giải một câu trong phiếu học tập: a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$; b) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$ c) $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}$ d) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}$ + Đại diện của nhóm trả lời + Cả lớp nghe và bổ sung sửa chữa	+ Các kết quả a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}=3$ b) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=-\infty$ c) $\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{2x^2+5x-3}{(x+3)^2}=+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x}=0$ + Ghi chép vào vở các kết quả đúng

Phiếu học tập số 2

Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} \dfrac{x^3 + 3\sqrt{3}}{3 - x^2}$; b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 4x}$

c) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x - 1}}{x^2 - x}$ d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{3x}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Chia học sinh thành 4 nhóm như cũ và giáo viên đề nghị mỗi nhóm giải một câu trong phiếu học tập: a) $\lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} \dfrac{x^3 + 3\sqrt{3}}{3 - x^2}$; b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 4x}$ c) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x - 1}}{x^2 - x}$ d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{3x}$	+ Các kết quả a) $\lim\limits_{x \to -\sqrt{3}} \dfrac{x^3 + 3\sqrt{3}}{3 - x^2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 4x} = \dfrac{1}{16}$ c) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x - 1}}{x^2 - x} = +\infty$ d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{3x} = \dfrac{1}{6}$

Hoạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 3

+ Tìm các giới hạn

a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x + 1}{3x - 2}$ b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 6}{4 - x^2}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x^5 + x^4 - 1}{3 + x^5}$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x}\right)$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân công cho 4 nhóm giải một câu trong phiếu học tập:	+ Kết quả a) Với (x_n) bất kì, $x_n \neq \dfrac{3}{2}$ $\lim x_n = 4$ Ta có:

+ Nhóm 1: a) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x+1}{3x-2}$ + Nhóm 2: b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{4-x^2}$ + Nhóm 3: c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{2x^5+x^4-1}{3+x^5}$ + Nhóm 4: d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)$ – Giáo viên thu lại các phiếu học tập và phát phiếu học tập khác cho học sinh, trong thời gian học sinh làm bài giáo viên chấm phiếu học tập vừa thu về.	$\lim\frac{x_n+1}{3x_n-2}=\frac{\lim x_n+\lim 1}{\lim(3x_n)-\lim 2}=\frac{4+1}{12-2}=\frac{1}{2}$ Vậy: $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x+1}{3x-2}=\frac{1}{2}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{4-x^2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+3)}{(2-x)(2+x)}$ $=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+3}{-(2+x)}=-\frac{5}{4}$ c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{2x^5+x^4-1}{3+x^5}=\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^5}}{\frac{3}{x^5}+1}=2$ d) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}=\lim\limits_{x\to 6}\frac{x-6}{(x-6)\left(\sqrt{x+3}+3\right)}=$ $=\lim\limits_{x\to 6}\frac{1}{\sqrt{x+3}+3}=\frac{1}{6}$

Phiếu học tập số 4

Tìm các giới hạn:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)$; b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{1+\sqrt{2x^2-x}}{2-3x}$

c) $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{3}{x-2}-\frac{1}{x^2-4}\right)$; d) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^n}\left[\frac{1}{1-x}-\left(1+x+x^2+\dots+x^n\right)\right]$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân công cho 4 nhóm giải một câu trong phiếu học tập:	+ Các kết quả

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)$	a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-5x}{\left(x+\sqrt{x^2+5x}\right)}=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-5}{1+\sqrt{1+\dfrac{5}{x}}}=-5$
b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{2x^2-x}}{2-3x}$	b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{2x^2-x}}{2-3x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\sqrt{2-\dfrac{1}{x}}}{\dfrac{2}{x}-3}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$
c) $\lim\limits_{x\to2^+}\left(\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{x^2-4}\right)$	c) $\lim\limits_{x\to2^+}\left(\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{3x+5}{x^2-4}=+\infty$
d) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^n}\left[\dfrac{1}{1-x}-\left(1+x+x^2+...+x^n\right)\right]$ – Giáo viên thu lại các phiếu học tập và nhận xét tổng kết về: + Nội dung của buổi học. + Phương pháp giải bài tập.	d) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^n}\left[\dfrac{1}{1-x}-\left(1+x+x^2+...+x^n\right)\right]=$ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^n}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1-x^{n+1}}{1-x}\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^n}\dfrac{x^{n+1}}{1-x}=0$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Giải các bài tập còn lại trong phần luyện tập của sách giáo khoa trang 169 và 170

– Đọc trước bài hàm số liên tục

§8. HÀM SỐ LIÊN TỤC

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm, trên 1 khoảng, đoạn.

– Nắm được các định lí cơ bản về hàm số liên tục để vận dụng xét tính liên tục của hàm số.

– Nắm được ứng dụng của tính liên tục của hàm số.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập

– Học sinh đọc trước bài ở nhà

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa giới hạn của hàm số tại một điểm?
2. Bài mới:

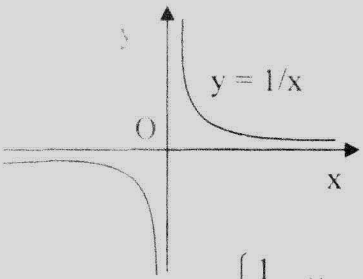
Hoạt động 1: **Hàm số liên tục tại một điểm**

Giáo viên đặt vấn đề về khái niệm hàm số liên tục: các hàm số thường gặp như các hàm là đa thức, các hàm là phân thức hữu tỉ, các hàm số lượng giác... giới hạn và giá trị của hàm số tại mỗi điểm mà nó xác định đều bằng nhau. Các hàm số này đóng vai trò quan trọng trong giải tích, người ta gọi chúng là những hàm liên tục.

Phiếu học tập số 1

+ Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm ?
+ Định nghĩa hàm số gián đoạn tại một điểm ?
+ Tính chất của hàm số liên tục

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm các ví dụ về hàm liên tục là các đa thức, các hàm là phân thức hữu tỉ, các hàm số lượng giác. Từ đó hướng dẫn học sinh rút ra nhận xét và đi đến định nghĩa + Hàm số liên tục tại x_0 là hàm số có tính chất $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$	Định nghĩa:(SGK) + Hàm số f xác định trên khoảng(a;b) và $x_0 \in (a;b)$. Hàm số f được gọi liên tục tại điểm x_0 nếu: f(x) liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$ Ví dụ: + Xét hàm số: f (x) = x^2 liên tục tại mọi điểm $x_0 \in R$ vì $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

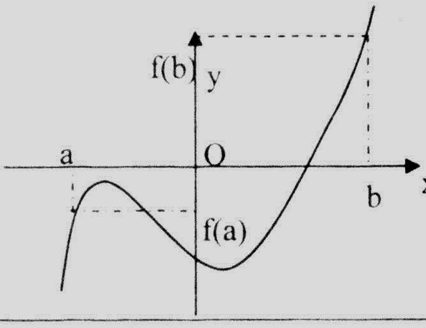
+ Hàm số gián đoạn tại x_0 khi nào? + Giáo viên yêu cầu học sinh giải các bài tập ví dụ và trả lời câu hỏi H1 trong sách giáo khoa. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu. Giáo viên kiểm tra khả năng tiếp thu của học sinh bằng việc kiểm tra xác suất một số phiếu đã thu.	 + Hàm số: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} \text{ với } x\neq 0\\ 0 \text{ với } x=0\end{cases}$ gián đoạn tại x = 0 vì không tồn tại $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}$ như hình trên.

Hoạt động 2: Hàm số liên tục trên một khoảng

Phiếu học tập số 2

+ Hàm số liên tục trên [a, b] thì có liên tục tại a, b không? Tại sao?
+ Nội dung định nghĩa 2 ?
+ Nội dung định lí 1 ?

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên giới thiệu khái niệm hàm số liên tục trên một khoảng, hướng dẫn học sinh đi đến định nghĩa: + Học sinh trả lời câu hỏi: Hàm số liên tục trên [a,b] thì có liên tục tại a, b không? Tại sao? – Yêu cầu học sinh giải ví dụ 1. – Yêu cầu học sinh trả lời câu H3 và rút ra nhận xét +Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục tại một điểm là những hàm số liên tục tại điểm đó.	– Định nghĩa 2: + f xác định trong tập hợp J thì f liên tục trên J nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc tập hợp đó. + Nếu f xác định trên đoạn [a; b] được gọi là liên tục trên đoạn [a; b] nếu nó liên tục trong khoảng (a; b) và $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a); \lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b);$ – Chú ý: Tính liên tục của hàm số trên các nửa khoảng [a; b), (a; b], [a; +∞), (–∞; b], được định nghĩa tương tự như tính liên tục của hàm số trên một đoạn

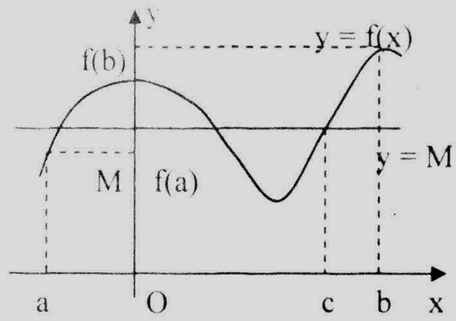
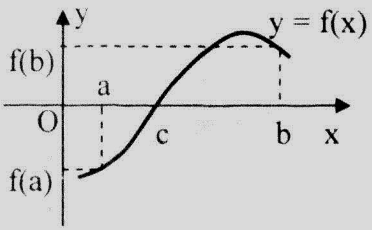
+ Hàm đa thức và hàm phân thức hữu tỉ liên tục trên tập xác định của chúng. – Giáo viên giới thiệu định lí 1 Các hàm số y = sinx; y = cosx, y = tgx và y = cotgx liên tục trên tập xác định của chúng. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập các nội dung theo yêu cầu trong phiếu. Giáo viên kiểm tra khả năng tiếp thu của học sinh bằng việc kiểm tra xác suất một số phiếu đã thu.	Minh hoạ bằng đồ thị. + Nhận xét: Đồ thị hàm số liên tục trên một khoảng là đường liền trên khoảng đó. 

Hoạt động 3: **Tính chất của hàm số liên tục**

Phiếu học tập số 3

+ Nội dung của định lí 2 ?
+ Nêu ý nghĩa hình học của định lí ?
+ Nội dung của hệ quả ?
+ Nêu nội dung hình học của hệ quả ?

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên giới thiệu nội dung định lí 2 và hướng dẫn học sinh sử dụng định lí này để xét tính liên tục của các hàm số ở ví dụ 4. Áp dụng: Chứng minh phương trình có nghiệm trong một khoảng. Nếu hàm số f(x) liên tục trên [a,b] và f(a).f(b) < 0 thì phương trình f(x) = 0 có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng (a, b) – Ý nghĩa hình học: + Giáo viên hướng dẫn cho học	+ Định lí về giá trị trung gian của hàm số: Giả sử f liên tục trên đoạn [a; b]. Nếu f(a) ≠ f(b) thì với mỗi số thực M nằm giữa f(a) và f(b) tồn tại ít nhất một điểm c∈(a, b) sao cho f(c) = M. + Trên [a,b] hàm số f(x) liên tục và f(a).f(b) < 0 thì đồ thị hàm số sẽ cắt trục Ox tại ít nhất 1 điểm trong (a,b)

sinh bằng cách phân tích trên đồ thị để rút ra nhận xét về ý nghĩa hình học của đạo hàm.	 y y = f(x) f(b) y = M M f(a) a O c b x
Ví dụ 1: Chứng minh phương trình $x^3 + 2x - 5 = 0$ có ít nhất một nghiệm.	Giải: Xét hàm số $f(x) = x^3 + 2x - 5$ liên tục trên R. Mặt khác: $f(0) = -5$ và $f(2) = 7$, do đó $\Rightarrow$ $f(0).f(2) < 0$, nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trên (0, 2)
– Hệ quả 1: Nếu hàm số f(x) liên tục trên [a,b] và f(a).f(b) < 0 thì tồn tại ít nhất 1 điểm $c \in (a, b)$ sao cho f(c) = 0 + Ý nghĩa: Trình bày như sách giáo khoa + Học sinh trả lời câu H4 + Học sinh trả lời vào phiếu học tập số 3 các yêu cầu của câu hỏi	

III. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

Giáo viên nhắc lại một số kiến thức cần nắm trong bài:

+ Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm
+ Định nghĩa hàm số gián đoạn tại một điểm
+ Tính chất của hàm số liên tục (nội dung của định lí 2)
+ Nêu ý nghĩa hình học của định lí
+ Nội dung của hệ quả
+ Nêu nội dung hình học của hệ quả

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Nắm các nội dung vừa củng cố

– Nắm định nghĩa hàm số liên tục trên 1 khoảng, đoạn.

– Giải các bài tập trong sách giáo khoa phần liên quan đến giới hạn trang 175 và 178.

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh củng cố kiến thức đã học về hàm số liên tục.

– Rèn luyện kĩ năng xét tính liên tục của hàm số, kĩ năng vận dụng tính liên tục của hàm số vào việc chứng minh phương trình có nghiệm.

– Giúp học sinh củng cố lại kiến thức đã học về hàm số liên tục và tính chất của nó

– Rèn luyện kĩ năng tính các loại giới hạn hàm số.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập, các bài tập điển hình và l thuyết về hàm liên tục

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và học kĩ lí thuyết về hàm liên tục.

III. NỘI DUNG

1. Bài cũ: Phát biểu định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm?
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa trang 175**

Phiếu học tập số 1

Chứng minh rằng:

a) Hàm số f(x) = $x^4 - x^2 + 2$ liên tục trên R

b) Hàm số f(x) = $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ liên tục trong khoảng (–1; 1)

c) Hàm số f(x) = $\sqrt{8-2x^2}$ liên tục trên đoạn [–2; 2]

d) Hàm số f(x) = $\sqrt{2x-1}$ liên tục trên nửa khoảng [1/2; +∞)

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phân công cho 4 nhóm giải một câu trong phiếu học tập: + Sử dụng các định lí, định nghĩa và hệ quả, sau các biến đổi ta sẽ chứng minh được tính liên tục của các hàm số trên theo yêu cầu của đề ra	+ Các kết quả a) Hàm số f(x) = $x^4 - x^2 + 2$ liên tục trên R b) Hàm số f(x) = $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ liên tục trong khoảng (–1; 1)

+ Yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập và cử đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. + Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	c) Hàm số f(x) = $\sqrt{8-2x^2}$ liên tục trên đoạn [-2. 2] d) Hàm số f(x) = $\sqrt{2x-1}$ liên tục trên nửa khoảng [1/2: +∞).

Hoạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 2

+ Chứng minh: hàm số f(x) = $\dfrac{x^3-8}{x-2}$ liên tục tại $x_0 = 2$.

+ Hàm f(x) = $2x^3 - 6x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên gọi hai học sinh lên bảng giải hai bài tập đã có trong phiếu học tập + Gợi ý: Sử dụng các định lí, định nghĩa và hệ quả đã học trong bài. + Học sinh cả lớp cùng giải và trả lời vào phiếu học tập và chuẩn bị để bổ sung, nhận xét khi có yêu cầu. + Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	a) Ta có: f(2) = 12 $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2}\left(x^2+2x+4\right) = 12$ Do đó: $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2)$ nên hàm số liên tục tại $x_0 = 2$. b) Xét f(x) = $2x^3 - 6x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có: f(0) = 1, f(1) = –3, f(2) = 5 Do đó: f(0).f(1) < 0 f(1).f(2) < 0 nên phương trình f(x) = 0 có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng (0; 1) và ít nhất 1 nghiệm trong khoảng (1; 2) nên nó có ít nhất 2 nghiệm.

IV. CỦNG CỐ VÀ LUYỆN TẬP

Giúp học sinh củng cố kiến thức đã học về hàm số liên tục, phương pháp xét tính liên tục của hàm số và kĩ năng vận dụng tính liên tục của hàm số vào việc chứng minh phương trình có nghiệm.

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Ôn tập chuẩn bị kiểm tra chương 4.

– Bài tập: Các bài tập ôn chương 4.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh hệ thống hoá lại các kiến thức đã học trong chương 4.

– Rèn luyện kĩ năng tính giới hạn các dãy số, hàm số, xét tính liên tục của hàm số .

– Giúp học sinh củng cố kiến thức và phương pháp xét tính liên tục của hàm số và kĩ năng vận dụng tính liên tục của hàm số vào việc chứng minh phương trình có nghiệm.

II. NỘI DUNG

1. Bài cũ:

– Phát biểu định nghĩa giới hạn hàm số, hàm số liên tục?

– Trả lời câu hỏi 1 (Ôn tập chương 4)?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Ôn tập**

Phiếu học tập số 1

– Định nghĩa về giới hạn dãy số, các phép toán trên nó.

– Định nghĩa về giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm. Các phép toán trên nó.

– Định nghĩa về giới hạn tại $\pm\infty$ của hàm số.

– Định nghĩa về giới hạn $\pm\infty$ của dãy số, hàm số. Các quy tắc về loại giới hạn này.

– Các dạng vô định và cách khử chúng.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các kiến thức cần ôn tập. Sau đó gọi từng em một trả lời các nội dung đã có trong	Các nội dung trong sách giáo khoa về: – Định nghĩa về giới hạn dãy số, các phép toán trên nó.

phiếu. Yêu cầu học sinh cả lớp theo dõi và bổ sung – Sau khi giáo viên đã kết luận lại, yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập và ghi chép vào vở.	– Định nghĩa về giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm. Các phép toán trên nó. – Định nghĩa về giới hạn tại $\pm\infty$ của hàm số. – Định nghĩa về giới hạn $\pm\infty$ của dãy số, hàm số. Các quy tắc về loại giới hạn này. – Các dạng vô định và cách khử chúng.

Hoạt động 2: **Luyện tập**

Phiếu học tập số 2

+ Chứng minh sự không tồn tại của $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos x$

+ Tính các giới hạn sau để xác định vị trí các chữ cái là tên của một học sinh

$$A=\lim\frac{3n-1}{n+2};\qquad N=\lim\frac{8n+\sqrt{n}-2}{2n+7};\qquad O=\lim\frac{3^n-2.4^n}{1-4^n}$$

$$H=\lim\left(\sqrt{n^2+2n-1}-\sqrt{n^2+4}\right)$$

+ Chứng minh dãy: $u_n=\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\dfrac{1}{n+3}+\ldots+\dfrac{1}{n+n}$ có giới hạn.

+ Xác định: $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$ và $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{1}{x(x+1)}-\dfrac{1}{x}\right)$.

+ Chứng minh: $f(x)=\dfrac{x+1}{2x^2+x-1}$ liên tục trên $\mathrm{R}\setminus\left\{-1,\dfrac{1}{2}\right\}$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Chia học sinh thành 4 nhóm như cũ và giáo viên đề nghị mỗi nhóm giải một câu trong phiếu học tập: + Chứng minh sự không tồn tại của $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos x$	+ Chọn dãy $x_n=2n\pi$ và $x'_n=(2n+1)\pi$ Ta có: $\lim x_n=+\infty$ và $\lim x'_n=+\infty$ Nhưng: $\lim f(x_n)=\lim\cos(2n\pi)=\lim 1=1$ và: $\lim f(x'_n)=\lim\cos(2n+1)\pi=\lim(-1)=-1$ Do đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos x$

+ Giá trị của các giới hạn sau chính là thứ tự các chữ cái tương ứng trong tên của một học sinh. Hãy cho biết học sinh đó tên gì? $A=\lim\frac{3n-1}{n+2}$; $N=\lim\frac{8n+\sqrt{n}-2}{2n+7}$; $O=\lim\frac{3^n-2.4^n}{1-4^n}$ $H=\lim\left(\sqrt{n^2+2n-1}-\sqrt{n^2+4}\right)$	$A=\lim\frac{3n-1}{n+2}=\lim\frac{3-\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}=3$ $N=\lim\frac{8n+\sqrt{n}-2}{2n+7}=\lim\frac{8+\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{2}{n}}{2+\frac{7}{n}}=4$ $O=\lim\frac{3^n-5.4^n}{1-4^n}=\lim\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-5}{\left(\frac{1}{4}\right)^n-1}=5$ $H=\lim\left(\sqrt{n^2+2n-1}-\sqrt{n^2+4}\right)=$ $=\lim\frac{2n-5}{\sqrt{n^2+2n-1}+\sqrt{n^2+4}}$ $=\lim\frac{2-\frac{5}{n}}{\sqrt{1+\frac{2}{n}-\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{4}{n}}}=1$ Vậy tên của học sinh đó là HOAN.
+ Chứng minh dãy: $u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+...+\frac{1}{n+n}$ có giới hạn	$+u_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}+...+\frac{1}{n+1+n+1}$ $u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+...+\frac{1}{n+n}$ Do đó: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2n+2}+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{n+1}=$ $=\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+2}>0$ Vậy (u_n) là dãy tăng. Mặt khác: $\frac{1}{n+1}<\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n+2}<\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n+3}<\frac{1}{n}$ .... $\frac{1}{n+n}<\frac{1}{n}$; $u_n<n.\frac{1}{n}=1$

+ Xác định: a) $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$ và b) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x(x+1)}-\frac{1}{x}\right)$ + Chứng minh: $f(x)=\frac{x+1}{2x^2+x-1}$ liên tục trên $R\setminus\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$ – Giáo viên kết luận và thu phiếu học tập để kiểm tra mức độ hiểu và làm bài của học sinh. + Yêu cầu học sinh ghi chép vào vở các kiến thức đã được kết luận bổ sung.	Vậy: (u_n) bị chặn trên nên nó có giới hạn. + a) $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to4}\frac{x-4}{(x-4)(x-1)(\sqrt{x}+2)}$ $=\lim\limits_{x\to4}\frac{1}{(x-1)(\sqrt{x}+2)}=\frac{1}{12}$ b) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x(x+1)}-\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{-x}{x(x+1)}=$ $=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{-1}{x+1}=-1$ + TXĐ: $R\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ Khi $x\neq-1; x\neq\frac{1}{2}: f(x)=\frac{x+1}{2x^2+x-1}$ nên nó liên tục. Tại x = −1 ta có: $f(1) = 1$ $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=\lim\limits_{x\to-1}\frac{x+1}{2x^2+x-1}=\lim\limits_{x\to-1}\frac{1}{2x-1}=-\frac{1}{3}$ Vậy: $\lim\limits_{x\to-1}f(x)\neq f(-1)$ nên hàm số gián đoạn tại x = −1. Tóm lại: hàm số liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$.

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

– Ôn tập chuẩn bị kiểm tra chương 4.

GIỚI THIỆU ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG IV

ĐỀ SỐ 1

Phần I: Trắc nghiệm *(3.5 điểm)*

Câu 1: Cho dãy số: $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^n}$. Chọn câu trả lời đúng trong các kết quả sau:

A. $\lim u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^n} + ... = 2$ B. $\lim u_n = \lim \frac{1}{2^n} = 0$

C. $\lim u_n = +\infty$ D. Cả 3 đáp án trên đều sai.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Chọn câu trả lời đúng trong các đáp án sau:

A. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$ B. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 2$

C. Không tồn tại $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ D. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 2$

Câu 3: Cho hàm số: $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$ B. $\lim\limits_{x \to 2^+} = -\infty$

C. $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 0$ D. $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

Câu 4: Cho hàm số: $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 1}$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. f(x) liên tục tại x = 1. B. f(x) liên tục tại x = −1.

C. f(x) không liên tục tại x = 1. C. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Câu 5: Giả sử rằng hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng [a; b). Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. f(x) liên tục tại x = a . B. f(x) liên tục tại $x_0 \in (a; b)$

C. f(x) liên tục tại $x_0 \in [a; b)$ D. Cả 3 kết quả trên đều sai.

Câu 6: Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{x^2-9} & khi \;\; x \neq 3 \\ a & khi \;\; x = 3 \end{cases}$. Hãy chọn giá trị của a trong các giá trị sau để f(x) liên tục tại x = 3.

A. $-\frac{1}{6}$. B. −1 C. 1 D. $\frac{1}{6}$

Câu 7: Xác định kết quả đúng trong các phép tính sau:

A. $\lim\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n = e$ B. $\lim\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n = \dfrac{1}{e}$

C. $\lim\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n = 1$ D. $\lim\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n = 0$.

Phần II: Tự luận *(6.5 điểm)*

Câu 8: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim n(\sqrt{4n^2+n} - 2n)$ b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2-\sqrt{x+1}}{\sqrt{6x-2}-4}$

Câu 9: Xét tính liên tục của hàm số sau trên R.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x^2+1} & khi\ x \geq 1 \\ \sin\dfrac{\pi x}{2} & khi\ x < 1 \end{cases}$$

Câu 10: Chứng minh rằng: phương trình $2\sin^3 x + (m+1)\cos 5x - 1 = 0$ có nghiệm trong khoảng (1; 5) với mọi giá trị của m.

ĐỀ SỐ 2

Phần I: Trắc nghiệm (3.5 điểm)

Câu 1: Dãy số $\{a_n\}$ với $a_n = \dfrac{n}{n+1}$, n = 0, 1, 2... có giới hạn bằng:

A. 0 B. 1 C. 2 D. Kết quả khác

Câu 2: Hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ 17 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$ có tính chất:

A. Liên tục tại x = 0 và x = 4

B. Liên tục tại x = 2 nhưng không liên tục tại x = 0.

C. Liên tục tại x = 0, x = 3, x = 4.

D. Liên tục tại mọi điểm

Câu 3: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}(x^3-1)\sqrt{\dfrac{x}{x^2-1}}$ ta được kết quả:

A. $\dfrac{1}{2}$ B. 2 C. 0 D. 3

Câu 4: Xác định a để hàm số: $f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{3x+2}-2 & \text{khi } x>2\\ ax+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$

A. $a = 0$ B. $a = 1$ C. $a = 2$ D. $a = 3$

Câu 5: Tìm giới hạn của hàm số:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x>1\\ -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\end{cases}\quad \text{khi } x\to 1$$

A. -2 B. -1

C. 0 D. $f(x)$ không có giới hạn khi $x \to 1$

Câu 6: Tìm các điểm gián đoạn của hàm số: $f(x)=\dfrac{x^2-|x|}{x^2+x}$?

A. $x = -1$; $x = 0$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x < 0$

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây là sai:

A. Cho hàm số f(x) có miền xác định D và $x \in D$. Ta nói f là hàm liên tục tại $x = a$ khi $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.

B. Các hàm số đa thức, hàm phân thức hữu tỉ, hàm lượng giác liên tục trên các khoảng mà nó xác định.

C. Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm liên tục tại một điểm là những hàm liên tục tại điểm đó (đối với thương, trừ những điểm mà nó không xác định).

D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc $[a, b]$.

Phần II: Tự luận *(6.5 điểm)*

Câu 8: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim n\left(\sqrt{9n^2+n}-3n\right)$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{5x-1}-3}$

Câu 9: Xét tính liên tục của hàm số sau trên $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} & \text{khi } x\ne 0\\ 1 & \text{khi } x=0\end{cases}$$

Câu 10: Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $m(x-1)(x-2)+2x+1=0$

Chương V

ĐẠO HÀM

Đạo hàm là một khái niệm quan trọng trong giải tích, nó là công cụ để nghiên cứu các tính chất của hàm số và giúp hoàn thiện việc vẽ đồ thị hàm số khá hiệu quả. Trong chương này trình bày định nghĩa, ý nghĩa của đạo hàm, các công thức, quy tắc tính đạo hàm...

§1. KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được định nghĩa đạo hàm của hàm số, biết cách dùng định nghĩa đạo hàm để tính đạo hàm của hàm số tại một điểm.

– Nắm được ý nghĩa hình học, ý nghĩa vật lí của đạo hàm.

– Biết cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm trên đồ thị và vẽ đồ thị của hàm số theo đạo hàm của nó

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị hình 5.1, 5.2 trên một tờ giấy khổ lớn

+ Chuẩn bị các phiếu học tập

+ Học sinh chuẩn bị các kiến thức về giới hạn hàm số.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: không
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Ví dụ mở đầu**

Giáo viên giới thiệu bài toán chuyển động cơ học (lưu ý rằng bài toán này các em đã được học trong phần cơ học ở lớp 10 và là bài toán cơ bản không khó lắm), giới thiệu hình vẽ 5.1 (Sách giáo khoa trang 187). Dẫn dắt học sinh đến phương trình chuyển động và từ đó nêu lên sự cần thiết phải tìm giới hạn của hàm số. Sau đó giáo viên mở rộng cho các bài toán khác trong đời sống và kĩ thuật. $v(t_0) = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$

tương đương với: $y = f(x)$ với $\lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

– Từ bài toán trên, giáo viên đưa ra khái niệm đạo hàm, trong toán học thường được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0.

Phiếu học tập số 1

So sánh hai bài toán để rút ra kết luận về: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

a) Bài toán tìm vận tốc tức thời:

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = f(t)$ trên trục s'Os.

Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian t_0 *đến* t là:

$$V_{tb} = \frac{S - S_0}{t - t_0} = \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

Giới hạn (nếu có): $\lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$ gọi là vận tốc tức thời tại thời điểm t_0.

b) Bài toán tốc độ phản ứng hoá học tức thời.

Nồng độ của chất xúc tác trong một phản ứng hoá học thay đổi theo phương trình $C = f(t)$. Nồng độ trung bình của chất xúc trong khoảng thời gian t_0 *đến* t là: $C_{tb} = \dfrac{C - C_0}{t - t_0} = \dfrac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$ ⇒ Giới hạn (nếu có):

$\lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$ gọi là tốc độ tức thời của phản ứng hoá học tại thời điểm t_0.

Hoạt động 2: **Đạo hàm của hàm số tại một điểm**

Phiếu học tập số 2

+ Định nghĩa đạo hàm ?

+ Thế nào gọi là số gia đối số, số gia của hàm số ?

+ Phương pháp (quy tắc) tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm bằng định nghĩa.

+ Nhận xét về mối liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục của hàm số.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
Giáo viên nêu khái niệm đạo hàm của hàm số tại một điểm. Dẫn dắt học sinh xây dựng các khái niệm số gia đối số, số gia của hàm số	- Định nghĩa $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ Chú ý: + Đặt: $\Delta_x = x - x_0$:số gia của đối số.

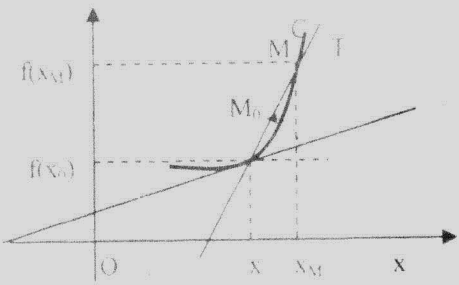
	$\Delta_y = f(x) - f(x_0)$: số gia của hàm số + Ta có: $x = x_0 + \Delta_x, \Delta_y = f(x_0 + \Delta_x) - f(x_0)$ + Do đó: $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta) - f(x_0)}{\Delta_x}$
+ Học sinh rút ra quy tắc tính đạo hàm của hàm số tại một điểm bằng định nghĩa.	+ Quy tắc tính đạo hàm theo định nghĩa: để tính đạo hàm của hàm số f tại x_0 theo định nghĩa ta thực hiện hai bước – Tính $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x_0)$ – Tìm giới hạn: $\lim\limits_{\Delta_x \to 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$
+ Áp dụng để tính đạo hàm của hàm số $y = x^2$ *tại* $x_0 = 2$	+ Đặt $f(x) = x^2$ và thực hiện tính theo định nghiã $\Delta y = (2 + \Delta x)^2 - 2^2 = \Delta x(4 + \Delta x)$ Tìm: $\lim\limits_{\Delta_x \to 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} (4 + \Delta x) = 4$ $\Rightarrow f'(2) = 4$
– Mối quan hệ giữa đạo hàm với tính liên tục của nó. + *Chú ý:* Một hàm số liên tục tại một điểm có thể không có đạo hàm tại điểm đó. – Giáo viên yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập những yêu cầu câu hỏi có trong phiếu.	+ Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại x_0.

Hoạt động 3: **Ý nghĩa hình học của đạo hàm**

Phiếu học tập số 3

+ Nêu ý nghĩa hình học của đạo hàm
+ Dạng của phương trình tiếp tuyến tại điểm xét đạo hàm ?
+ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2$ tại $M_0(1; 1)$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên giới thiệu khái niệm tiếp tuyến của đường cong phẳng và từ đó xây dựng ý nghĩa hình học của đạo hàm.	– Tiếp tuyến của đường cong phẳng: Cho đường cong phẳng (C). M_0 thuộc (C), M di động trên (C).

– Hướng dẫn học sinh phát biểu và chứng minh định lí 3. + Giáo viên đặt câu hỏi cho học sinh: muốn xác định hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ x_0 ta làm gì? – Giáo viên hướng dẫn học sinh viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0)$.	M_0M: Cát tuyến của (C) Khi M dần đến M_0 thì M_0M dần đến vị trí M_0T M_0T Tiếp tuyến của (C) tại M_0 M_0: Tiếp điểm.  f(x_M) f(x_0) C M T M_0 O x x_M x
+ Ý nghĩa hình học của đạo hàm ?	+ Ý nghĩa hình học của đạo hàm: Cho $y = f(x)$ xác định trên (a; b), có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$. (C) là đồ thị hàm số trên (a; b).
+ Phương trình tiếp tuyến ?	+ Phương trình tiếp tuyến: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ là:
– Để củng cố, giáo viên yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu ví dụ 2 trong sách giáo khoa để trả lời câu H2.	$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

Hoạt động 4: **Ý nghĩa cơ học của đạo hàm**

Phiếu học tập số 4

+ Khái niệm về vận tốc tức thời ?

+ Ý nghĩa vật lí của đạo hàm ?

+ Biểu thức tính vận tốc tức thời

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
Giáo viên hướng dẫn học sinh quay lại bài toán chuyển động ở mục 1:	+ Chuyển động của chất điểm theo phương trình $S = f(t)$ trên trục s'Os. Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian t_0 *đến* t là: $\frac{S(t_0 - \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t}$

+ Hướng dẫn cách lập luận để đi đến khái niệm giới hạn trong việc xác định vận tốc tức thời từ đó liên hệ qua đạo hàm + Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu cách lập luận cho bài toán ví dụ mở đầu trang 192 để trả lời câu H3.	Giới hạn (nếu có): $v(t_0) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{S(t_0 - \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t}$ gọi là vận tốc tức thời tại thời điểm t_0. + Giới thiệu ý nghĩa vật lí của đạo hàm: $v(t_0) = s'(t_0)$.

Hoạt động 5: **Đạo hàm của hàm số trên một khoảng**

Phiếu học tập số 5

+ Nêu khái niệm đạo hàm trên một khoảng của hàm số ?
+ Nội dung định lí về một số đạo hàm thường gặp

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên nêu tình huống để dẫn đến khái niệm đạo hàm trên một khoảng nào đó. Từ đó đưa ra định nghĩa về đạo hàm trên một khoảng.	+ Hàm số f có đạo hàm trên J nếu nó có đạo hàm f'(x) tại mọi điểm $x \in J$.
– Yêu cầu học sinh cả lớp làm ví dụ 3 trang 192 và từ kết quả đó thực hiện trả lời câu H4.	+ Nếu hàm số f có đạo hàm trên J thì f' xác định bởi $f': J \to R$ (khi $x \to f'(x)$) gọi là đạo hàm của hàm số f.
– Đạo hàm của một số hàm thường gặp: Giáo viên giới thiệu định lí. – Giáo viên hướng dẫn cách chứng minh định lí như sách giáo khoa. – Yêu cầu học sinh trả lời câu H5.	+ Định lí: Sách giáo khoa (Lưu ý: hai hàm số $y = a \Rightarrow y' = 0$ và $y = x \Rightarrow y' = 1$ đã được chứng minh). Chú ý: hàm $y = \lvert x \rvert$ xác định tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại 0.

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

+ Định nghĩa đạo hàm ?
+ Thế nào gọi là số gia đối số, số gia của hàm số
+ Quy tắc tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm bằng định nghĩa.
+ Nhận xét về mối liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục của hàm số.
+ Nêu ý nghĩa hình học của đạo hàm

+ Dạng của phương trình tiếp tuyến tại điểm xét đạo hàm

+ Ý nghĩa cơ học của đạo hàm

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Nắm vững nội dung quy tắc tính đạo hàm tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm để làm bài tập trong sách giáo khoa trang 194 và 195.

– Cách xác định phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

– Đọc thêm bài đạo hàm một bên.

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh củng cố lại kiến thức đã học về đạo hàm của hàm số, ý nghĩa hình học của đạo hàm.

– Rèn luyện kĩ năng tính đạo hàm của hàm số bằng định nghĩa, kĩ năng viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập, các bài tập điển hình và lí thuyết về hàm liên tục

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và học kĩ lí thuyết về hàm liên tục.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Nêu định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm?

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa**

Giáo viên hướng dẫn học sinh cách phân chia các dạng bài toán, và phương pháp giải các dạng bài đó. Chú ý đến phương pháp giải dựa vào định nghĩa và các công thức cơ bản đã được học ở tiết trước để giải các bài toán đã cho trong phiếu học tập

Phiếu học tập số 1

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$, biết

a) Tiếp điểm có hoành độ bằng -1

b) Tiếp điểm có tung độ bằng 8

c) Hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Chia học sinh thành 3 nhóm học tập, sau đó giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Thảo luận và giải vào phiếu, chuẩn bị trình bày nếu được gọi: – Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$, biết: + Tiếp điểm có hoành độ bằng –1 + Tiếp điểm có tung độ bằng 8 + Hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3 + Đại diện của nhóm mình lên trình bày cách chứng minh. + Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	Các kết quả: + Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$, khi tiếp điểm có hoành độ bằng –1. Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ $x_0 = -1;\ y_0 = -1$ Tính: $f'(-1) = 3$ Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y + 1 = 3(x + 1) \Leftrightarrow y = 3x + 2$ + Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$. Khi tiếp điểm có tung độ bằng 8 $x_0 = 2$. Ta có: $f(2) = 8$ Tính: $f'(2) = 12$ Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y - 8 = 12(x - 2) \Leftrightarrow y = 12x - 16$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3$. Khi hệ số góc bằng 3: Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm. Ta có $f'(x_0) = 3$. Mặt khác ta tính được: $f'(x_0) = 3x_0^2 \Rightarrow$ Vậy: $3x_0^2 = 3$. $\Leftrightarrow x_0 = \pm 1$. Với: $x_0 = 1$: $f(x_0) = 1$. Phương trình tiếp tuyến là: $y - 1 = 3(x - 1) \Leftrightarrow y = 3x - 2$ Với $x_0 = -1$phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x + 2$

Phiếu học tập số 2

Tính đạo hàm của hàm số sau:

a) $y = 1/(2x - 1)$ với $x \neq 1/2$

b) $y = \sqrt{3 - x}$ với $x < 3$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Học sinh suy nghĩ và làm bài độc lập vào giấy nháp. – Gọi hai học sinh lên bảng giải câu a và b trong phiếu học tập, học sinh cả lớp cùng giải vào giấy nháp. a) $y = 1/(2x - 1)$ với $x \neq 1/2$ b) $y = \sqrt{3 - x}$ với $x < 3$ + Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	Các kết quả a) Sử dụng phương pháp tính đã được nêu theo định nghĩa ta có: $y = 1/(2x - 1) \Rightarrow y' = -2/(2x - 1)^2$ với $x \neq 1/2$ b) $y = \sqrt{3 - x}$ $\Rightarrow y' = -1/2\sqrt{3 - x}$ (với $x < 3$).

Hoạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 3

+ Tìm số gia các hàm số $y = 2x - 5$ ứng với số gia của biến số tại $x_0 = 1$

+ Tìm số gia các hàm số $y = x^2 + 2$ ứng với số gia của biến số tại $x_0 = 1$

+ Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + 3x$ tại $x_0 = 1$.

+ Tính đạo hàm của hàm số $y = -\dfrac{3}{x}$ tại $x_0 = 2$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các câu hỏi của bài ra trong phiếu. Học sinh suy nghĩ và làm độc lập vào giấy nháp	

+ Tìm số gia của các hàm số $y = 2x - 5$ ứng với số gia của biến số tại $x_0 = 1$.	Các **kết quả:** - Tìm số gia của các hàm số $y = 2x - 5$ ứng với số gia của biến số tại $x_0 = 1$. Ta có $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = 2\Delta x \Rightarrow \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2$
+ Tìm số gia của các hàm số $y = x^2 + 2$ ứng với số gia của biến số tại $x_0 = 1$.	+ $y = x^2 + 2$ $\Delta y = (x+\Delta x)^2 + 2 - (x^2 + 2) = 2x$ $\Rightarrow \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$
+ Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + 3x$ tại $x_0 = 1$.	+ Đạo hàm của hàm số $y = x^2 + 3x$ tại $x_0 = 1$. được xác định như sau: Giả sử Δ_x là số gia của $x_0 = 1$. Ta có: $\Delta_y = (1+\Delta_x)^3 + 3(1+\Delta_x) - 4 = \Delta_x^3 + 3\Delta_x^2 + 4\Delta_x$ $\dfrac{\Delta_y}{\Delta_x} = \Delta_x^2 + 3\Delta_x + 4$ $f'(1) = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \dfrac{\Delta_y}{\Delta_x} = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \left(\Delta_x^2 + 3\Delta_x + 4\right) = 4$
+ Tính đạo hàm của hàm số $y = -\dfrac{3}{x}$ tại $x_0 = 2$	+ Đạo hàm của hàm số $y = -\dfrac{3}{x}$ tại $x_0 = 2$ được xác định như sau: Giả sử Δ_x là số gia của $x_0 = 2$. Ta có: $\Delta_y = -\dfrac{3}{2+\Delta_x} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{\Delta_x}{2(2+\Delta_x)}$ $\dfrac{\Delta_y}{\Delta_x} = \dfrac{1}{2(2+\Delta_x)}$
+ Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	$f'(2) = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \dfrac{\Delta_y}{\Delta_x} = \lim\limits_{\Delta_x \to 0} \dfrac{1}{2(2+\Delta_x)} = \dfrac{1}{4}$

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Đọc lại định nghĩa đạo hàm tại một điểm, ý nghĩa hình học của đạo hàm.

– Giải thêm các bài tập trong phần luyện tập trang 198 và các bài tập 4,6,7 trong sách bài tập.

§2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp cho học sinh nắm được cách tính đạo hàm của một số hàm số thường gặp, đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương, đạo hàm của hàm số hợp.

– Rèn luyện kĩ năng giải các bài tập đơn giản và các bài tập nâng cao trong phần luyện tập.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị bảng tóm tắt quy tắc tính đạo hàm trên một tờ giấy khổ lớn để cho phần củng cố kiến thức được hiệu quả.

+ Chuẩn bị các phiếu học tập

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ:

Tìm đạo hàm các hàm số tại x = 0

1. y = $\sqrt{x^2 - 3x + 2}$; 2. y = $\dfrac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Đạo hàm của tổng hay hiệu hai hàm số**

Giáo viên đặt vấn đề: việc tính toán đạo hàm của một hàm số theo định nghĩa khá phức tạp và không hiệu quả trong khi giải bài tập, vì vậy chúng ta cần những quy tắc tính đạo hàm, mà nhờ đó việc tính đạo hàm được thực hiện nhanh và đơn giản nhất (lưu ý sử dụng kí hiệu J chỉ tập con của R gồm một khoảng hoặc hợp của nhiều khoảng).

Phiếu học tập số 1

+ Nội dung của định lí 1 về đạo hàm của tổng hay hiệu hai hàm số.
+ Nhận xét mở rộng định lí 1.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Sau khi đặt vấn đề, giáo viên giới thiệu nội dung định lí 1 và lưu ý dùng các kí hiệu của hàm số và tập con trong R như trong sách giáo khoa. + Học sinh lắng nghe và thực hiện yêu cầu của giáo viên + Giáo viên chỉ cho học sinh cách viết gọn của định lí. – Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh định lí (theo sách giáo khoa) và yêu cầu rút ra nhận xét – Yêu cầu học sinh làm ví dụ 1 và từ đó trả lời câu hỏi H1. – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	Nội dung định lí 1. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J, thì hàm số $y = u(x) + v(x)$ và $y = u(x) - v(x)$ cũng có đạo hàm tại J và 1. $(u + v)' = u' + v'$ 2. $(u - v)' = u' - v'$ Có thể viết lại: $(u + v)' = u' + v'$ và $(u - v)' = u' - v'$ + Nhận xét: nếu các hàm số u, v, ..w có đạo hàm trên J thì trên J có: $(u + v + ... + w)' = u' + v' + ... + w'$

Hoạt động 2: **Đạo hàm của tích hai hàm số**

Phiếu học tập số 2

+ Nội dung định lí 2 về đạo hàm của tích hai hàm số
+ Tính đạo hàm của hàm số: $f(x) = \frac{x^8}{4} - \frac{2x^6}{3} + 3x$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Sau khi đặt vấn đề: có thể có tính tương tự giữa cách tính đạo hàm của tổng (hoặc hiệu) với cách tính đạo hàm của tích hay không? Từ đó giáo viên giới thiệu nội dung định lí 2.	Nội dung định lí 2. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J, thì hàm số $y = u(x)v(x)$ cũng có đạo hàm tại J và $[u(x)v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
+ Học sinh lắng nghe và thực hiện yêu cầu của giáo viên	
+ Giáo viên chỉ cho học sinh cách viết gọn của định lí.	Cách viết gọn: $(uv)' = u'v + uv'$ và $(ku)' = ku'$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh định lí (theo sách giáo khoa) và yêu cầu rút ra nhận xét	+ Chứng minh theo sách giáo khoa (trang 202)
– Yêu cầu học sinh làm ví dụ 2 và từ đó trả lời câu hỏi H2 và H3.	
– Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	

Hoạt động 3: **Đạo hàm của thương hai hàm số**

Phiếu học tập số 3

+ Nội dung định lí 3 về đạo hàm của thương hai hàm số

+ Tính đạo hàm của hàm số: $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Sau khi đặt vấn đề về tính tương tự giữa cách tính đạo hàm của tích với cách tính đạo hàm của thương. Từ đó giáo viên giới thiệu nội dung định lí 3.	Nội dung định lí 3. Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm trên J, và $v(x) \neq 0$ với mọi
+ Học sinh lắng nghe và thực	

hiện yêu cầu của giáo viên	$x \in J$, thì hàm số $y = u(x)/v(x)$ cũng có đạo hàm tại J và
+ Giáo viên chỉ cho học sinh cách viết gọn của định lí và hướng dẫn học sinh trả lời câu H4	$[u(x)/v(x)]' = [u'(x)v(x)-u(x)v'(x)]/v^2(x)$ Cách viết gọn: $(u/v)' = [u'v + uv']/v^2$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh lập luận để rút ra hệ quả	– Hệ quả:
– Yêu cầu học sinh áp dụng hệ quả để làm ví dụ 3 và từ đó trả lời câu hỏi H5 – Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	a) trên $(-\infty;t\ 0) \cup (0; +\infty)$ ta có $(1/x)' = -1/x^2$ b) Nếu hàm số $v = v(x)$ có đạo hàm trên J và $v(x) \neq 0$ với mọi x thuộc J thì trên J ta có $(1/v(x))' = -v'(x)/v^2(x)$. Hay $(1/v)' = -v'/v^2$

Hoạt động 4: **Đạo hàm của hàm hợp**

Thông qua một ví dụ (có thể ví dụ 4 trong sách giáo khoa), giáo viên giới thiệu cho học sinh khái niệm về hàm hợp và từ đó giới thiệu định lí 4

Phiếu học tập số 4

+ Thế nào là hàm hợp ?
+ Nội dung định lí 4 về cách tính đạo hàm của hàm hợp
+ Nội dung của hệ quả 1 và 2

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên giới thiệu cho học sinh khái niệm về hàm hợp và từ đó đi đến cách tính đạo hàm của hàm số hợp thông qua việc sử dụng các định lí. + Học sinh lắng nghe và thực hiện yêu cầu của giáo viên	– Khái niệm về hàm hợp: Cho $y = f(u)$ và $u = u(x)$, khi thay thế biến u trong f(u) bằng u(x) ta được f[u(x)] với biến x. Khi đó hàm $y = g(x)$ với $g(x) = f[u(x)]$ được gọi là hàm số hợp của hai hàm f và u; hàm u gọi là hàm trung gian. Có thể mô tả như sau: u: (a;b) → R và f: (c;d) → R x→ u = u(x) u→ y = f(x) Nói một cách khác: $y = f(u)$, $u = u(x)$ Ví dụ: 1. $y = (x^2-3x+1)^2$

	2. $y = \sqrt{1-x^2}$ 3. $y = \sin(2x-1)$
– Giới thiệu định lí 4 + Giáo viên chỉ cho học sinh cách viết gọn của định lí và hướng dẫn học sinh trả lời câu H4	– Nội dung định lí (SGK) + $g'(x_0) = f'(u_0).u'(x_0)$ + $g'(x) = f'[u(x)].u'(x)$ Ví dụ: Tìm đạo hàm: 1. $y = (x^2 - 3x + 1)^2 \Rightarrow y' = 2(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 1)'$ $= 2(2x - 3)(x^2 - 3x + 1)$ 2. $y = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh lập luận để rút ra hệ quả 1 – Yêu cầu học sinh áp dụng hệ quả để làm ví dụ 3 và từ đó trả lời câu hỏi H7	+ Hệ quả 1 (SGK) Nếu hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J thì hàm số $y = u^n(x)$ (với mọi $n \in N$ và $n \geq 2$) có đạo hàm trên J và: $[u^n(x)]' = nu^{n-1}(x).u'(x)$
– Giáo viên hướng dẫn học sinh lập luận để rút ra hệ quả 2 – Giáo viên giới thiệu bảng ghi nhớ đã chuẩn bị sẵn trên tờ giấy khổ rộng và xem như phần củng cố của tiết học. – Giáo viên nhận xét và yêu cầu học sinh ghi vào vở.	+ Hệ quả 2 (SGK) Nếu hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J u(x) > 0 với mọi $x \in J$ thì hàm số $y = \sqrt{u(x)}$ có đạo hàm trên J và: $(\sqrt{u(x)})' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

+ Đạo hàm của các hàm số thường gặp.
+ Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương...
+ Đạo hàm của hàm hợp.

Đạo hàm của một số hàm số thường gặp.

1. $y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$ $(n > 1)$
2. $y = \sqrt{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0)$

V. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Giải các bài tập trang 207 và 208 trong sách giáo khoa và ôn lại lí thuyết chuẩn bị cho tiết bài tập.

§3. ĐẠO HÀM CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp cho học sinh nắm được cách tính đạo hàm của một số hàm số lượng giác thông qua các khái niệm giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$

– Rèn luyện kĩ năng tìm đạo hàm các hàm số lượng giác.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên cần chuẩn bị các phiếu học tập, bảng tóm tắt ghi nhớ các công thức tính đạo hàm của một số hàm số lượng giác thường gặp.

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và đọc trước bài học ở nhà.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Tìm đạo hàm các hàm số:

1. $y = \sqrt{4x^3 - 3x^2}$

2. $y = \dfrac{x^3}{\sqrt{1 - x^3}}$

Bài mới:

Hoạt động 1: **Giới hạn** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$

Có thể bắt đầu bằng việc xác định đạo hàm của hàm số hữu tỉ (không có trong sách giáo khoa nhưng lại rất cần cho việc xây dựng đạo hàm của các hàm số lượng giác. Sau đó, giáo viên đặt vấn đề dẫn dắt học sinh sao cho các em hiểu được để xây dựng được cách tính đạo hàm của các hàm số lượng giác, trước tiên ta phải bắt đầu từ việc xác định giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$.

Phiếu học tập số 1

+ Khái niệm về đạo hàm của hàm số hữu tỉ.
+ Nội dung định lí 1.
+ Xác định $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sin u(x)}{u(x)}$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
1. Đạo hàm của hàm số hữu tỉ Giáo viên nêu khái niệm hàm số hữu tỉ và cách tìm tập xác định của hàm số hữu tỉ. + Học sinh cho ví dụ và tìm tập xác định của một vài hàm số hữu tỉ	+ Hàm số hữu tỉ Cho P(x).Q(x) là các đa thức. Hàm số $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ gọi là hàm số hữu tỉ. TXĐ: D = { x ∈ R / Q(x) ≠ 0}
– Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm đạo hàm của hàm số hữu tỉ.	+ Đạo hàm của hàm số hữu tỉ Với x ∈ D .Ta có: $y'=\left(\dfrac{P(x)}{Q(x)}\right)=\dfrac{Q(x).P'(x)-P(x).Q'(x)}{Q^2(x)}$
+ Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm đạo hàm của các hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$	+ Hệ quả 1 $y'=\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2},x\neq-\dfrac{d}{c}$ + Hệ quả 2 $y'=\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\right)=\dfrac{adx^2+2aex+be-cd}{(dx+e)^2}$
2. Giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}$ – Giáo viên hướng dẫn học sinh lập bảng so sánh tỉ số $\dfrac{\sin x}{x}$, từ đó đặt vấn đề chứng minh định lí 1. – Hệ quả: (không yêu cầu học sinh chứng minh, tuy nhiên học sinh phải hiểu nội dung của định lí và hệ quả). – Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu ví dụ 1 để trả lời câu H1.	– Định lí 1: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ Ví dụ: 1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to0}2\dfrac{\sin 2x}{2x}=2$ 2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}=$ $=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2}{4}\left(\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2=\dfrac{1}{2}$

– Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 1.	+ Hệ quả: Nếu hàm số u = u(x) thoả mãn các điều kiện u(x) ≠ 0 với mọi $x \neq x_0$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = 1$.

Hoạt động 2: **Đạo hàm của hàm số y = sinx**

Phiếu học tập số 2

+ Nội dung định lí 2
+ Lưu ý cần nhớ
+ Tính đạo hàm của $y = \sin(x^3 - x + 2)$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề xác định đạo hàm của hàm số y = sinx thông qua việc xác định giới hạn $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ ở mục 1. Từ đó giới thiệu và đặt vấn đề chứng minh định lí 2. – Lưu ý học sinh cách viết gọn định lí để học sinh sử dụng trong quá trình giải bài tập. – Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu cách chứng minh định lí và thực hiện làm ví dụ 2 sau đó trả lời câu H3. + Sau khi học sinh thực hiện xong ví dụ 2, giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 2.	Định lí 2: a) Hàm số y = sinx có đạo hàm trên R và (sinx)' = cosx. b) Nếu hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J thì trên J ta có: [sin(u(x))]' = cos(u(x)).u'(x). Công thức viết tắt: (sinu)' = (cosu).u' = u'cosu. + Cách chứng minh định lí như trong sách giáo khoa. + Ví dụ 2 (SGK).

Hoạt động 3: **Đạo hàm của hàm số** *y = cosx:*

Phiếu học tập số 3

+ Nội dung định lí 3
+ Lưu ý cần nhớ
+ Tính đạo hàm của $y = \cos^2 x$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề xác định đạo hàm của hàm số y = cosx thông qua tính tương tự và kết quả tính đạo hàm của sinx ở mục 2. Từ đó giới thiệu và đặt vấn đề chứng minh định lí 3. – Lưu ý học sinh cách viết gọn định lí để học sinh sử dụng trong quá trình giải bài tập. Không yêu cầu học sinh chứng minh định lí, tuy nhiên học sinh phải hiểu nội dung của định lí – Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu trả lời câu H4 – Sau khi học sinh thực hiện xong ví dụ 3, giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 2	Định lí 3: a) Hàm số y = cosx có đạo hàm trên R, và (cosx)' = –sinx. b) Nếu hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J thì trên J ta có: (cosu)' = (–sinu).u' Công thức viết tắt: (cosu)' = (–sinu).u' Ví dụ: Tính đạo hàm: $y' = \left[\cos^2\left(x^3-1\right)\right]'$ $= 2\cos\left(x^3-1\right).\left[\cos\left(x^3-1\right)\right]'$ $= 2\cos\left(x^3-1\right)\left[-\sin\left(x^3-1\right)\right]\left(x^3-1\right)$ $= -2\cos\left(x^3-1\right)\sin\left(x^3-1\right).3x^2$ $= -3x^2\sin 2\left(x^3-1\right).$

Hoạt động 4: **Đạo hàm của hàm số *y = tanx***

Phiếu học tập số 4

+ Nội dung định lí 4
+ Lưu ý cần nhớ
+ Tính đạo hàm của y = $\sqrt{\tan x}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề xác định đạo hàm của hàm số y = tanx thông qua yêu cầu học sinh sử dụng quy tắc tính đạo hàm của một thương hai hàm số để xác định đạo hàm của y = $\frac{\sin x}{\cos x}$. Từ đó giới thiệu định lí 4.	Định lí 4: hàm số y = tanx có đạo hàm trên mỗi khoảng $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ b) Giả sử hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J và u(x) ≠ π + kπ (k ∈Z) với mọi

– Lưu ý học sinh cách viết gọn định lí để học sinh sử dụng trong quá trình giải bài tập. Không yêu cầu học sinh chứng minh định lí, tuy nhiên học sinh phải hiểu nội dung của định lí – Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu ví dụ 3. – Sau khi học sinh thực hiện xong ví dụ 3, giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 4	x ∈ J. Khi đó, trên J ta có: $[\tan(u(x))]' = u'(x)/\cos^2(u(x))$ Chú ý: Nếu y = tgu và u = u(x) thì $(\text{tgu})' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ Ví dụ: Tính đạo hàm $y = \sqrt{\tan x}$, cách tính như trong sách giáo khoa.

Hoạt động 5: **Đạo hàm của hàm số *y = cotx***

Phiếu học tập số 5

+ Nội dung định lí 5
+ Lưu ý cần nhớ
+ Tính đạo hàm của y = tan2x + cot2x

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề xác định đạo hàm của hàm số y = cotx tương tự cách đặt vấn đề tính đạo hàm của tanx vừa xét ở hoạt động 4. Từ đó giới thiệu định lí 5. – Lưu ý học sinh cách viết gọn định lí để học sinh sử dụng trong quá trình giải bài tập. Không yêu cầu học sinh chứng minh định lí, tuy nhiên học sinh phải hiểu nội dung của định lí – Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu ví dụ 4 để trả lời câu hỏi H5. – Sau khi học sinh thực hiện xong ví dụ 4 và trả lời câu hỏi H5, giáo viên	Định lí 5: hàm số y = cotx có đạo hàm trên mỗi khoảng (kπ; (k+a)π) với k ∈ Z) và: $(\text{cotgx})' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \forall x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ b) Giả sử hàm số u = u(x) có đạo hàm trên J và u(x) ≠ kπ (k ∈ Z) với mọi x ∈ J. Khi đó, trên J ta có: $[\cot(u(x))]' = -u'(x)/\sin^2(u(x))$ Chú ý: Nếu y = cotgu và u = u(x) thì: $(\text{cotgu})' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$ Ví dụ: Tính đạo hàm $y = \cot^3 2x$

nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 5	cách tính như trong sách giáo khoa

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

– Giáo viên nhắc lại các kiến thức về:

+ Giới hạn $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

+ Đạo hàm các hàm số lượng giác

– Tính đạo hàm các hàm số sau:

1. $y = \sin^2 x$
2. $y = \cos^2(2x^2 - x + 1)$
3. $y = tg^2(3x^2 + x)$
4. $y = cotg^5 x^2$

V. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

Làm các bài tập trang 214 và 215 sách giáo khoa, chuẩn bị tốt các kiến thức về lí thuyết và bài tập để cho tiết bài tập sắp tới.

BÀI TẬP

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp cho học sinh nắm vững hơn cách tính đạo hàm của các số hàm số hữu tỉ và các hàm số lượng giác.

– Rèn luyện kĩ năng tìm đạo hàm các hàm số lượng giác, hàm số hợp.

– Giải được các bài tập trong sách giáo khoa và sách bài tập.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập, các bài tập điển hình và lí thuyết về cách tính đạo hàm của các hàm số lượng giác.

– Học sinh chuẩn bị bài tập ở nhà và học kĩ lí thuyết về cách tính đạo hàm của các hàm số lượng giác.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Gọi hai học sinh lên bảng giải hai bài tập 28(a) và 28(b).
2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Các bài tập trong sách giáo khoa**

Phiếu học tập số 1

Tìm đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = 5\sin x - 3\cos x$; b) $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$

c) $y = \cos\sqrt{2x+1}$ d) $y = 2\sin 3x\cos 5x$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phân công cho 4 nhóm, mỗi nhóm giải một câu trong phiếu học tập: + Sử dụng các định lí và hệ quả, sau các biến đổi tính được các giá trị đạo hàm của các hàm số trên + Yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập và cử đại diện của nhóm mình lên trình bày cách giải. + Giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh ghi vào vở.	+ **Các kết quả** Đạo hàm của các hàm số: a) $y = 5\sin x - 3\cos x$ $y' = 5\cos x + 3\sin x$ b) $y = \sin(x^2 - 3x + 2)$ $y' = (2x - 3)\cos(x^2 - 3x + 2)$ c) $y = \cos\sqrt{2x+1}$ $y' = \dfrac{\sin\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$ d) $y = 2\sin 3x\cos 5x$ $y' = 2(4\cos 8x - \cos 2x)$.

Ioạt động 2: **Các bài tập khác trong sách bài tập**

Phiếu học tập số 2

Tính đạo hàm các hàm số sau:

$a) y = \dfrac{x-1}{5x-2}$ $b) y = \dfrac{2x+3}{7-3x}$

$c) y = \dfrac{5x^2}{x-3}$ d) $y = \dfrac{x^2+2x+3}{x-3}$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
Giáo viên gọi 2 học sinh lên bảng làm các bài tập số 1 và 2 **1.** Tìm đạo hàm của các hàm số sau: a) y = 5sinx – 3cosx b) $y=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$ c) y = xcotgx d) y = $\frac{\sin x}{x}+\frac{x}{\sin x}$	**1.** Tìm đạo hàm của các hàm số sau: a) y = 5sinx – 3cosx y' = 5cosx + 3sinx b) $y=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$ y' = $\frac{-(\cos x-\sin x)^2-(\cos x+\sin x)^2}{(\sin x-\cos x)^2}$ $=-\frac{2}{(\sin x-\cos x)^2}$ c) y = xcotgx ⇒ y' = cotgx – $\frac{x}{\sin^2 x}$ d) y = $\frac{\sin x}{x}+\frac{x}{\sin x}$ ⇒ y' = $(x\cos x-\sin x)\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$
2. Tính $\frac{f'(1)}{\varphi'(1)}$ biết $f(x)=x^2$ và $\varphi(x)=4x+\sin\frac{\pi x}{2}$	**2.** Tính $\frac{f'(1)}{\varphi'(1)}$ biết f(x) = x^2 và $\varphi(x)=4x+\sin\frac{\pi x}{2}$ + f'(x) = 2x nên: f'(1) = 2 $\varphi'(x)=4+\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi x}{2}\Rightarrow\varphi'(1)=4$ Vậy: $\frac{f'(1)}{\varphi'(1)}=\frac{1}{2}$
– Học sinh dưới lớp được chia thành bốn nhóm theo phân bố chỗ ngồi: + Nhóm thứ nhất giải bài số 3: 3. Chứng minh hàm số sau có đạo hàm không phụ thuộc x. $y=\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$	**3.** Chứng minh hàm số sau có đạo hàm không phụ thuộc x. $y=\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$ Ta có: $y=1-3\sin^2 x\cos^2 x+3\sin^2 x\cos^2 x$ = 1 Vậy: y' = 0 không phụ thuộc x
+ Nhóm thứ hai giải bài số 4: 4. Giải phương trình *f'(x) = 0* biết: *f(x) = 3cosx +4sinx +5x*	**4.** Giải phương trình f'(x) = 0 biết: f(x) = 3cosx + 4sinx + 5x Giải: Ta có: f'(x) = –3sinx + 4cosx + 5

	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sin x - 4\cos x = 5$ $\Leftrightarrow \frac{3}{5}\sin x - \frac{4}{5}\cos x = 1$ Đặt: $\cos\alpha = \frac{3}{5}; \sin\alpha = \frac{4}{5}$ ta có: $\sin x \cos\alpha - \cos x \sin\alpha = 1$ $\Leftrightarrow \sin(x-\alpha) = 1 \Leftrightarrow x = \alpha + \frac{\pi}{2} + k2\pi$
+ Nhóm thứ ba giải bài số 5 Giải các phương trình $f'(x) = g'(x)$ biết: $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}$; $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$	**5.** Giải các phương trình $f'(x) = g'(x)$ biết: $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}; g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$ + Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 1$; $g'(x) = 6x + 1$ Do đó: $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0$ $\Leftrightarrow x = 0; x = 2$
+ Nhóm thứ 4 giải bài số 6 Chứng minh rằng: $2f'\left(x+\frac{\pi}{3}\right)f'\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = f'(0) - f\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ Biết: $f(x) = \cos x$. – Sau khi học sinh thực hiện xong việc giải bài theo yêu cầu của nhóm mình, giáo viên gọi đại diện nhóm trình bày cách giải của nhóm mình. Sau đó, giáo viên nhận xét và bổ sung kết quả sau đó yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 2.	**6.** Chứng minh rằng: $2f'\left(x+\frac{\pi}{3}\right)f'\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = f'(0) - f\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ Biết: $f(x) = \cos x$. Vì $f'(x) = -\sin x$, nên: $2f'\left(x+\frac{\pi}{3}\right)f\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ $= 2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ Mặt khác: $f'(0) - f\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) =$ $-\sin 0 - \cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ Suy ra đpcm.

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Học thuộc các công thức tính đạo hàm.
- Bài tập: Giải các bài còn lại trong sách giáo khoa trang 215.
- Xem trước bài "Vi phân".

§4. VI PHÂN

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Nắm được khái niệm về vi phân của một hàm số tại một điểm

– Ứng dụng của vi phân vào việc tính gần đúng các bài toán.

– Giải được các bài tập đơn giản trong sách giáo khoa.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và bảng tổng hợp các kiến thức cần nhớ trong bài trên một tờ giấy rộng.

– Học sinh chuẩn bị tốt kiến thức về đạo hàm và đọc qua bài mới ở nhà.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Phát biểu quy tắc tính đạo hàm của hàm số y = sinx và y = cosx
2. Bài mới

Hoạt động 1: **Vi phân của hàm số tại một điểm**

Phiếu học tập số 1

+ Khái niệm về vi phân của hàm số tại một điểm?

+ Xác định vi phân của hàm số: $f(x) = \sin x$ tại điểm $x_0 = \pi/4$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên đặt vấn đề: khi hàm số y = f(x) có đạo hàm tại điểm x_0 với giá trị $\lvert\Delta x\rvert$ nhỏ thì tỉ số $\Delta y/\Delta x$ rất gần với $f'(x_0)$ từ đó dẫn dắt học sinh đến khái niệm về vi phân. + Yêu cầu học sinh hiểu: vi phân của hàm số tại một điểm là gì ? + Học sinh thực hiện giải ví dụ 1 theo hướng dẫn của giáo viên (không tham khảo sách giáo khoa). Từ đó trả lời câu H1.	+ Hàm số y = f(x) có đạo hàm tại điểm x_0 với giá trị $\lvert\Delta x\rvert$ nhỏ thì tỉ số $\Delta y/\Delta x$ rất gần với $f'(x_0)$. + Ta có thể coi: $f'(x_0) = \Delta y/\Delta x$ hay ta có thể viết: $\Delta y = f'(x_0)\Delta x$ + Khái niệm về vi phân: tích số $f'(x_0)\Delta x$ gọi là vi phân của hàm số y = f(x) tại điểm x_0 ứng với số gia Δx và được kí hiệu: $df(x_0)$ $df(x_0) = f'(x_0)\Delta x$

Hoạt động 2: **Ứng dụng của vi phân vào tính gần đúng**

Phiếu học tập số 1
+ Khái niệm về phép tính gần đúng sử dụng vi phân của hàm số. + Xác định giá trị của $\sin 30^0 30'$ với 4 chữ số thập phân.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề: Từ định nghĩa vi phân của hàm số tại một điểm, ta thấy $\Delta y = f'(x_0)\Delta x$ tại x_0 khi $\lvert\Delta x\rvert$ nhỏ thì xấp xỉ bằng vi phân của hàm số tại x_0: $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$ $\Rightarrow f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$ Từ đó dẫn dắt học sinh đến cách tính giá trị gần đúng của hàm f tại $x_0 + \Delta x$ trong các trường hợp tính $f(x_0)$ và $f'(x_0)$ đơn giản. + Học sinh thực hiện giải ví dụ 2 theo hướng dẫn của giáo viên (không tham khảo sách giáo khoa). Từ đó rút ra nhận xét (so sánh với việc tra bằng máy tính bỏ túi cũng cho kết quả tương tự).	– Từ $\Delta y = f'(x_0)\Delta x$ tại x_0 khi $\lvert\Delta x\rvert$ nhỏ thì xấp xỉ bằng vi phân của hàm số tại x_0: $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f'(x_0)\Delta x$ $\Rightarrow \boxed{f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x}$ Ví dụ 2: Xác định giá trị của $\sin 30^0 30'$ với 4 chữ số thập phân. + $30^0 30' = \pi/6 + \pi/360$. + Xét hàm số $f(x) = \sin(x)$ tại $x_0 = \pi/6$ với $\Delta x = \pi/360$. + Áp dụng công thức trên vào ta có: $f(\pi/6 + \pi/360) = f(\pi/6) + f'(\pi/6).\pi/360$ $\sin 30^0 30' = \sin(\pi/6 + \pi/360) = 0{,}5076$.

Hoạt động 3: **Vi phân của hàm số**

Phiếu học tập số 3
+ Khái niệm về vi phân của hàm số ? + Xác định vi phân của hàm số: $d(x^3 - 2x^2 + 1)$

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên đặt vấn đề: Nếu hàm số f có đạo hàm là f' thì tích $f'(x)\Delta x$ gọi là vi phân của hàm số $y = f(x)$. Từ đó dẫn dắt học sinh	

đến khái niệm về vi phân của hàm số. + Yêu cầu học sinh hiểu: vi phân của hàm số là gì ? khác vi phân của hàm số tại một điểm như thế nào ? – Hướng dẫn học sinh cách tính vi phân của hàm số theo công thức rút gọn. + Học sinh thực hiện giải ví dụ 3 theo hướng dẫn của giáo viên, từ đó trả lời câu H2. + Yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 3, giáo viên thu lại và kiểm tra một số phiếu để nắm được mức độ hiểu bài cũ của học sinh.	+ Hàm số f có vi phân f' thì tích $f'(x)\Delta x$ gọi là vi phân của hàm số $y = f(x)$. Kí hiệu $df(x) = f'(x)\Delta x$ + Xét vi phân của $y = x$ ta có: $dx = (x)'\Delta x = \Delta x \Rightarrow df(x) = f'(x)dx$ hay $dy = y'dx$ Ví dụ: Tính vi phân của: $d(x^3 - 2x^2 + 1) = (x^3 - 2x^2 + 1)'dx$ $= (3x^2 - 4x)dx = x(3x - 4)dx$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

Giáo viên nhắc lại các khái niệm và các cách tính:

+ Khái niệm về vi phân của hàm số tại một điểm?

+ Khái niệm về phép tính gần đúng sử dụng vi phân của hàm số.

+ Khái niệm về vi phân của hàm số ?

V. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Làm các bài tập trong phần câu hỏi và bài tập trang 218 và 219.

§5. ĐẠO HÀM CẤP CAO

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh nắm được khái niệm đạo hàm cấp hai, cách tính đạo hàm cấp hai bằng công thức, định nghĩa.

– Hiểu được ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai, cách tính gia tốc trong một chuyển động bằng đạo hàm cấp hai của quãng đường đi của nó.

– Hiểu được khái niệm đạo hàm cấp cao

– Rèn luyện kĩ năng tính toán các đạo hàm cấp hai trở lên.

II. CHUẨN BỊ

– Giáo viên chuẩn bị các phiếu học tập và các kiến thức cần nhớ vào tờ giấy khổ lớn.

– Học sinh cần nắm vững cách tính đạo hàm của các hàm số đặc biệt.

III. NỘI DUNG VÀ TIẾN TRÌNH LÊN LỚP

1. Bài cũ: Cách tính vi phân của hàm số tại một điểm ?
2. Bài mới

Hoạt động 1: **Đạo hàm cấp hai**

Phiếu học tập số 1

+ Nội dung định nghĩa về đạo hàm cấp hai

+ Xác định đạo hàm của hàm số: $y = \sqrt{x}$ và $y = \sin x$.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Có thể đặt vấn đề tính đạo hàm cấp hai bằng việc cả lớp cùng tính đạo hàm của một hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 1$. Sau khi yêu cầu học sinh tính đạo hàm của hàm số đó (đạo hàm cấp 1), giáo viên chỉ cho học sinh thấy có thể xem kết quả vừa tính được cũng là hàm số có đạo hàm (như các hàm số bình thường khác) và ta có thể tiếp tục tính đạo hàm của nó một lần nữa. Từ đó giáo viên giới thiệu định nghĩa. + Học sinh theo dõi giải ví dụ và	+ Hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 2x$ + Ta có thể viết: $y' = f'(x) = 3x^2 - 2x$ + Đạo hàm của y' $(y')' = [f'(x)]' = 3.2.x - 2 = 6x - 2$ Hay có thể viết: $y'' = 6x - 2$ + Định nghĩa: Hàm số f có đạo hàm f', nếu f' cũng có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là đạo hàm cấp hai của f và kí hiệu f''. + Ví dụ 1: Tính y'' của $y = x^3 - 2x^2 + 1$

lập luận của giáo viên sau đó tự mình rút ra định nghĩa. + Yêu cầu cả lớp nghiên cứu ví dụ 1 để đi đến trả lời câu H1. – Học sinh trả lời vào phiếu học tập các yêu cầu của phiếu và nộp lại cho giáo viên, giáo viên căn cứ vào phiếu để đánh giá sự hiểu bài của học sinh.	$\Rightarrow y' = 3x^2 - 4x$ $\Rightarrow y'' = 6x - 4$ + Tính y'' của y = sinx $y' = \cos x$ $y'' = -\sin x$.

Hoạt động 2: **Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai**

Phiếu học tập số 2

+ Định nghĩa về gia tốc của chuyển động thông qua đạo hàm cấp 1 của vận tốc hoặc đạo hàm cấp hai của quãng đường đi.

+ Tính gia tốc trong chuyển động có phương trình: $s(t) = 5(t) - 3t^2$.

Hoạt động của thầy và trò	**Nội dung kiến thức**
– Giáo viên hướng dẫn học sinh xét bài toán chuyển động ở §1. Khi vật chuyển động theo phương trình $s = s(t)$, thì vận tốc tức thời của nó tại thời điểm t_0 là: $v(t_0) = s'(t_0)$. – Giáo viên lập luận xem vận tốc này như một hàm số theo (t) và dùng định nghĩa về giới hạn để đi đến khái niệm gia tốc tức thời tại (t_0). + Hướng dẫn cách lập luận để đi đến khái niệm giới hạn trong việc xác định gia tốc tức thời từ đó liên hệ qua đạo hàm – Học sinh theo dõi cách lập luận của giáo viên, ghi nhớ và trả lời các câu hỏi của giáo viên. + Yêu cầu học sinh cả lớp nghiên cứu bài toán ví dụ 2 để trả lời câu H2. + Học sinh trả lời vào phiếu học tập số 2. Nếu có thời gian, giáo viên gọi một em trình bày nội dung phiếu của	+ Chuyển động của chất điểm theo phương trình $s = s(t)$ trên trục s'Os. + Vận tốc tại thời điểm t_0 là: $v(t_0) = s'(t_0)$ + Sau thời gian Δt nghĩa là t_0 nhận số gia Δt thì $v(t_0)$ nhận số gia: $\Delta v(t_0) = v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)$ +Khi Δv càng nhỏ thì càng phản ánh chính xác sự biến thiên của vận tốc tại t_0. Vì vậy gọi giới hạn của $\Delta v/\Delta t$ khi $\Delta t \to 0$ là gia tốc tức thời tại (t_0). $\Rightarrow a(t_0) = v'(t_0) = s''(t_0)$ Ví dụ 2: $S(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ $\Rightarrow S'(t) = v(t) = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$ $\Rightarrow S''(t) = a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$

mình, cả lớp nghe, nhận xét và giáo viên kết luận.	

Hoạt động 3: **Đạo hàm cấp cao**

Phiếu học tập số 3

+ Đạo hàm cấp cao của hàm số là gì ?
+ Biểu thức xác định đạo hàm cấp cao của một hàm số
+ Xác định đạo hàm cấp cao của hàm số $y = x^3 + 7x^2 - 4x$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên lập luận như trong sách giáo khoa, giới thiệu cho học sinh thấy tính logic trong việc hình thành khái niệm về đạo hàm cấp cao tương tự như sự hình thành đạo hàm cấp hai	+ f có đạo hàm cấp 1 là f'(kí hiệu $f^{(1)}$) + f'có đạo hàm cấp 1 là [f'](kí hiệu $f^{(2)}$) ....
– Từ cách lập luận đó dẫn dắt học sinh đến định nghĩa về đạo hàm cấp cao.	+ $f^{(n-1)}$ có đạo hàm là $[f^{(n-1)}]'$ (kí hiệu là $f^{(n)}$ gọi là đạo hàm cấp n của f.
+ Yêu cầu học sinh hiểu: đạo hàm cấp cao của hàm số là gì ?	+ Định nghĩa: $f^{(n)} = [f^{(n-1)}]'$ $(n \in N$ và $n > 2)$
+ Khi xác định được đạo hàm cấp n của hàm số, kết quả thu đươc cũng là một hàm số nhưng không có đạo hàm thì sao ?	+ Ví dụ 3 như trong sách giáo khoa + Trả lời câu H3
– Hướng dẫn học sinh cách tính đạo hàm cấp cao của hàm số theo công thức rút gọn. + Học sinh thực hiện giải ví dụ 3 theo hướng dẫn của giáo viên, từ đó trả lời câu H3. + Yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập số 3, giáo viên thu lại và kiểm tra một số phiếu để nắm được mức độ hiểu bài cũ của học sinh.	– Xác định đạo hàm cấp cao của hàm số $y = x^3 + 7x^2 - 4x$ + $y^{(1)} = 3x^2 + 14x - 4$ + $y^{(2)} = 6x + 14$ + $y^{(3)} = 6$ .... + $y^{(n)} = 0$ với mọi $n \geq 4$

IV. CỦNG CỐ – LUYỆN TẬP

Giáo viên nhắc lại các khái niệm và các cách tính:

+ Đạo hàm cấp hai của hàm số ?

+ Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp 2
+ Khái niệm và biểu thức tính đạo hàm cấp cao ?

V. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Làm các bài tập trong phần bài tập và luyện tập trang 222 và 223 sách giáo khoa.

ÔN TẬP CHƯƠNG V

I. MỤC ĐÍCH YÊU CẦU

– Giúp học sinh hệ thống hoá lại các kiến thức đã học trong chương V.

– Rèn luyện kĩ năng tính đạo hàm của hàm số, ý nghĩa hình học, ý nghĩa cơ học của đạo hàm.

– Giúp học sinh củng cố kiến thức và phương pháp tính đạo hàm và kĩ năng vận dụng các công thức tính đạo hàm để tính đạo hàm cho các hàm số lượng giác, đạo hàm cấp cao...

II. NỘI DUNG

1. Bài cũ: Viết công thức tính đạo hàm của các hàm số:

$y = \sin x$; $y = \cos x$ và $y = \tan x$; $y = \cot x$

2. Bài mới:

Hoạt động 1: **Ôn tập**

Phiếu học tập số 1

– Định nghĩa về đạo hàm tại một điểm, đạo hàm của hàm số.
– Quy tắc tính đạo hàm theo định nghĩa.
– Ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm.
– Các quy tắc tính đạo hàm của hàm số.
– Đạo hàm của các hàm số lượng giác.
– Khái niệm về vi phân và đạo hàm cấp cao.

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Giáo viên phát phiếu học tập cho học sinh và yêu cầu đọc kĩ các kiến thức cần ôn tập. Sau đó gọi từng em một trả lời từng nội dung đã có trong phiếu.	Các nội dung trong sách giáo khoa về: – Định nghĩa về đạo hàm tại một điểm, đạo hàm của hàm số. – Quy tắc tính đạo hàm theo định

– Yêu cầu học sinh cả lớp theo dõi và bổ sung	nghĩa. – Ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm.
– Sau khi giáo viên đã kết luận lại, yêu cầu học sinh trả lời vào phiếu học tập và ghi chép vào vở	– Các quy tắc tính đạo hàm của hàm số. – Đạo hàm của các hàm số lượng giác. – Khái niệm về vi phân và đạo hàm cấp cao.

Hoạt động 2: **Luyện tập**

Phiếu học tập số 2

+ Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \dfrac{x^4}{2} + \dfrac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + 1$

b) $y = \dfrac{x^2 + 3x - a^2}{x - 1}$

c) $y = (2 - x^2)\cos x + 2x\sin x$

d) $y = \tan^2 x + \tan x^2$

Hoạt động của thầy và trò	Nội dung kiến thức
– Chia học sinh thành 4 nhóm như cũ và giáo viên đề nghị mỗi nhóm giải một câu trong phiếu học tập:	
+ Nhóm 1: $y = \dfrac{x^4}{2} + \dfrac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + 1$	+ $y = \dfrac{x^4}{2} + \dfrac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + 1$ $\Rightarrow y' = 2x^3 + 5x^2 - \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$
+ Nhóm 2: $y = \dfrac{x^2 + 3x - a^2}{x - 1}$	+ $y = \dfrac{x^2 + 3x - a^2}{x - 1}$ $\Rightarrow y' = \dfrac{x^2 - 2x + a^2 - 3}{(x - 1)^2}$
+ Nhóm 3: $y = (2 - x^2)\cos x + 2x\sin x$	+ $y = (2 - x^2)\cos x + 2x\sin x$ $\Rightarrow y' = x^2 \sin x$

+ Nhóm 4: $y = \tan^2 x + \tan x^2$ – Giáo viên kết luận và thu phiếu học tập để kiểm tra mức độ hiểu và làm bài của học sinh. + Yêu cầu học sinh ghi chép vào vở các kiến thức đã được kết luận bổ sung.	$+ y = \tan^2 x + \tan x^2$ $\Rightarrow y' = 2\left(\frac{\sin x}{\cos^3 x} + \frac{x}{\cos^2 x^2}\right)$.

Hoạt động 3: **Các bài tập trắc nghiệm**

Giáo viên phát phiếu trắc nghiệm cho cả lớp, để học sinh làm trong thời gian 10 phút thu lại, sau đó chấm phiếu trắc nghiệm và bổ sung những điểm sai, thiếu của học sinh.

Phiếu học tập số 3 *(phiếu trắc nghiệm)*

1. Tiếp tuyến đồ thị hàm số y = 4/(x – 1) tại điểm có hoàng độ bằng x = –1 có phương trình là:

A. y = –x–3;   B. y = –x + 2

C. y = x – 1;   D. y = x + 2

2. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{\sqrt{2x}}$ tại điểm có hoàng độ bằng x = 1/2 có phương trình là:

A. 2x – 2y = –1;   B. 2x – 2y = 1

C. 2x + 2y = 3;   D. 2x + 2y = –3

3. Hàm số có đạo hàm bằng $2x + \frac{1}{x}$ là

A. $y = \frac{x^3 + 1}{x}$;   B. $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$

C. $y = \frac{3(x^2 + x)}{x^3}$;   D. $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x}$

4. Đạo hàm cấp 2010 của hàm số y = cosx là

A. sinx;   B. –sinx;

C. cosx;   D. –cosx.

IV. HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

– Trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

– Ôn tập chuẩn bị kiểm tra chương 5.

– Ôn tập chuẩn bị cho thi cuối năm.

GIỚI THIỆU MỘT SỐ ĐỀ TRẮC NGHIỆM DÙNG ĐỂ KIỂM TRA CUỐI NĂM

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Chu kì của hàm số: $y(x) = \sin 2x$ là:

A. 2π B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 4π

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ là

A. 1 B.1 C. 5 D. 3

Câu 3. Hàm số $y = \tan x + 2\sin x$ là:

A. Hàm số lẻ B. Hàm số chẵn

C. Hàm số không lẻ D. Hàm số không chẵn

Câu 4. Giải phương trình: $\sin(x^2 - 4x) = 0$

A. $x = 2 \pm \sqrt{4 + k2\pi}, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = 2 \pm \sqrt{4 + k\pi}, k \in \mathbb{Z}; k \geq -1$

C. $x = 4 + k\pi; k \in Z$

D. $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 + k\pi}}{2}; k \in \mathbb{Z}; k \geq -1$

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn có ba chữ số khác nhau, lấy từ các chữ số trong A.

A. 8 B. 18 C. 24 D. 12.

Câu 6. Có năm cuốn sách Toán khác nhau và năm cuốn sách Văn khác nhau. Có bao nhiêu cách sắp xếp chúng thành một hàng và sách Toán, sách Văn xếp xen kẽ nhau.

A. 5! 5! B. 5! 5!2. C. $5^5.2$. D.5^5.

Câu 7. Có bao nhiêu số có năm chữ số và chữ số hàng đơn vị bằng chữ số hàng chục nghìn; chữ số hàng chục và chữ số hàng nghìn bằng nhau.

A. 910 B. 1000 C. 110 D. 900.

Câu 8. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển Niu–tơn sau: $(1 - x)^{12}$

A. 792 B. –792 C. –924 D. 495.

Câu 9. Tìm n thoả mãn $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$

A. n = 15 B. n = 5 C. n = 10 D. n = 9.

Câu 10. Một đợt xổ số phát hành 20000 vé, trong đó có 1 giải nhất; 100 giải nhì; 200 giải ba; 1000 giải tư và 5000 giải khuyến khích. Tính xác suất để một người mua 3 vé trúng 1 giải nhì và 2 giải khuyến khích.

A. $\dfrac{C_{100}^1 + C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$; B. $\dfrac{C_{100}^1 . C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$

C. $\left(\dfrac{1}{100}.\dfrac{2}{5000}\right):C_{2000}^3$ D. $\left(\dfrac{1}{100}+\dfrac{2}{5000}\right):C_{20000}^3$

Câu 11. Tính tổng: $\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+...+\dfrac{1}{(n-1)(2n-1)}, \forall n \in N^*$

A. $\dfrac{2n}{2n+1}$ B. $\dfrac{n}{2n+1}$ C. $\dfrac{n}{n+1}$ D. $\dfrac{n+1}{2n}$

Câu 12. Cho dãy $u_n = \dfrac{n+1}{2n+1}$ số $\dfrac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 8 B. 6 C. 5 D.7

Câu 13. Tính tổng: $S = 3 + 6 + 13 + ... + 2008$

A. $S = 40.4.211$ B. $S = 83016$

C. $S = 41508$ D. $S = 402200$

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n), biết $S_n = 3^n - 1$. Tìm u_1 và q.

A. $u_1 = 2; q = 3$ B. $u_1 = 3; q = 2$

C. $u_1 = 4; q = 3$ D. $u_1 = 3; q = 4$

Câu 15. Tính giới hạn: $\lim \dfrac{2\sqrt{n}+1}{\sqrt{n+2}+2}$

A. $\dfrac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 0

Câu 16. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{1-\cos 4x}}{\sin x}$

A. 4 B. 0 C. $2\sqrt{2}$ D. $-2\sqrt{2}$

Câu 17. Tìm số a để hàm số sau liên tục tại điểm $x_0 = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-6x+5}{x^2-x} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a+5x & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

A. $a = -9$ B. $a = 1$ C. $a = -5$ D. $a = -1$

Câu 18. Tìm các điểm gián đoạn của hàm số.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+5}-1}{x-4} & \text{nếu } x \neq 4\\[2ex] \dfrac{1}{4} & \text{nếu } x = 4\end{cases}$$

A. Không có　　B. $x = -6$

C. $x = 4$　　D. $(-\infty; -5)$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x|x|$. Tìm đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 0$

A. Không có　　B. 0　　C. 2　　D. – 2

Câu 20. Tìm phương trình của parabol $y = x^2 + mx + n$, biết rằng parabol tiếp xúc với đường thẳng $y = x$ tại điểm (1; 1).

A. $y = x^2 - x + 1$　　B. $y = x^2 - 2x$

C. $y = x^2 - x - 3$　　D. $y = x^2 + x - 2$

Đáp án đề số 1

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	11	B
2	C	12	D
3	A	13	A
4	B	14	A
5	C	15	C
6	B	16	D
7	D	17	A
8	B	18	D
9	B	19	B
10	B	20	A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x - 4\sin^2 x + 5$ là:

A. 2 B. 1 C.5 D. 3

Câu 2. Hàm số nào sau đây là chẵn:

A. $y = 4\sin x.\tan 2x$ B. $y = 3\sin x + \cos x$

C. $y = 2\sin 2x + 3$ D. $y = \tan x - \sin x$

Câu 3. Giải phương trình: $2\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in Z$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi;\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in Z$

D. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in Z$

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$$

A. max y = 1; min y = –2 B. max y = 1; min y = –3

C. max y = 2; min y = –1 D. max y = 3; min y = –1

Câu 5. Trên giá sách có 30 cuốn; trong đó có 27 cuốn có tác giả khác nhau và 3 cuốn của cùng một tác giả. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các cuốn sách của cùng một tác giả được xếp kề nhau.

A. 27!3! B. 28!3! C. 28! +3! D. 37! +3!

Câu 6. Xét nhị thức $\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$. Tìm n nếu biết hệ số của hạng thứ 3 bằng 36.

A. n = 7 B. n = 10

C. n = 8 D. n = 9

Câu 7. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển:

$$(x+1)^4 + (x+1)^5 + (x+1)^6 + (x+1)^7$$

A. 28 B. 41 C. 32 D. 35

Câu 8. Gieo ba đồng xu một cách ngẫu nhiên, hai mặt của đồng xu thứ nhất lần lượt ghi điểm 0 và 1; của đồng xu thứ hai ghi 1 và 2, đồng xu thứ ba ghi 2 và 3. Tính xác suất khi tổng số điểm ở mặt bên trên là 3?

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{16}$

Câu 9. Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia. Xác suất trúng đích lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng bia.

A. 0,476 B. 0,7 C. 0,695 D. 0,756

Câu 10. Xác suất sinh được con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tính xác suất sao cho 3 lần thì có ít nhất 1 trai (mỗi lần sinh một con).

A. 0,95 B. 0,88 C. 0,80 D. 0,99

Câu 11. Tính tổng: $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+...+\frac{1}{(n-1)n}, \forall n \geq 2, n \in N$

A. $\frac{n-1}{n}$ B. $\frac{n+1}{n}$ C. $\frac{n}{n+1}$ D. $\frac{n-1}{n+1}$

Câu 12. Cho dãy số xác định bởi công thức truy hồi.

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n; \forall n \in N^* \end{cases}$$

Tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy.

A. $u_n = \frac{3}{2^n}$ B. $u_n = \frac{3}{2^{n-1}}$ C. $u_n = \frac{3}{2^n - 1}$ D. $u_n = \frac{3}{2^n + 1}$

Câu 13. Xét tính đơn điệu của dãy $u_n = \frac{1}{2}\sin\frac{n\pi}{2}; \forall n \in N^*$

A. Dãy tăng B. Dãy giảm
C. Dãy không tăng, không giảm D. Dãy không giảm

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n); biết $u_1 = 5$; $q = 3$; $S_n = 200$. Tìm n?

A. $n = 5$ B. $n = 6$
C. $n = 7$ D. $n = 4$

Câu 15. Tìm giới hạn của dãy:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}; n \in N^* \end{cases}$$

A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

Câu 16. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$.

A. 0 B. ∞ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 17. Tìm số a để hàm số sau liên tục tại điểm x_0.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x>2\\ ax+2 & \text{nếu } x\le 2;\quad x_0=2\end{cases}$$

A. a = 1 B. a = 2

C. $a=-\frac{7}{8}$ D. a = –2

Câu 18. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số:

$y=\sqrt{1-x^2}$ tại điểm A(0, 1).

A. $y=-\frac{1}{2}x-1$ B. $y = x + 1$

C. $y = x - 1$ D. $y = 1$

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số:

$$y=\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$$

A. $\frac{2}{(\sin x+\cos x)^2}$ B. $\frac{2(\sin x-\cos x)}{(\sin x+\cos x)^2}$

C. $\frac{\sin x-\cos x}{(\sin x+\cos x)^2}$ D. $\frac{\sin 2x}{(\sin x+\cos x)^2}$

Câu 20. Tìm giới hạn của hàm số:

$$f(x)=\frac{|x^2-4|}{x-2},\ \text{khi } x\to 2$$

A. Không có giới hạn B. 4

C. – 4 D. 0

Đáp án đề số 2

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	A
2	A	12	B
3	B	13	C
4	A	14	D
5	B	15	A
6	D	16	C
7	A	17	C
8	A	18	D
9	A	19	C
10	B	20	A

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Hàm số $y = |\sin x|$ có chu kì là:

A. 2π B. π C. 4π D. 3π

Câu 2. Hàm số $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 3. Giải phương trình: $\cot 3x = \sqrt{3}$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$ B. $x = \frac{\pi}{18} + k\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{18} + k.\frac{\pi}{3}; k \in Z$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

Câu 4. Giải phương trình: $3(\sin x + \cos x) + \sin x \cos x + 3 = 0$

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi;\ x = \pi + k\pi; k \in Z$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi;\ x = \pi + k\pi; k \in Z$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi;\ x = \pi + k2\pi; k \in Z$

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi;\ x = \pi + k2\pi; k \in Z$

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; ...; 8; 9\}$. Có thể lập được bao nhiêu số t
nhiên có ba chữ số.

A. 901
B. 900
C. 899
D. 902

Câu 6. Trên giá sách xếp 30 tập sách. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho tậ
1 và tập 2 không đặt cạnh nhau.

A. 29!28!
B. 30! – 28!
C. 30! – 29!
D. 30! – 29.28.

Câu 7. Có 12 học sinh lớp 11 làm bài kiểm tra theo đề chẵn và đề lẻ
Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp vào 12 chỗ theo hàng ngang (hai học sinh
ngồi kề nhau thì làm đề khác nhau).

A. $2(6!)^2$
B. $(6!)^2$
C. $\frac{12!}{2}$
D. 12! –6!

Câu 8. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a+b)^n$, biết tổng các hệ số bằng
4096

A. 924
B. 792
C. 1716
D.462

Câu 9. Có 4 viên bi màu đỏ và 3 viên màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên
Tính xác suất để được 2 viên màu xanh.

A. $\frac{2}{7}$
B. $\frac{1}{7}$
C. $\frac{3}{7}$
D. $\frac{4}{7}$

Câu 10. Một lô hàng có 30 sản phẩm, trong đó có 3 phế phẩm, được chi
ngẫu nhiên thành 3 phần bằng nhau, mỗi phần 10 sản phẩm. Tính xác suấ
để mỗi phần đều có một phế phẩm

A. $\frac{197}{203}$
B. $\frac{100}{203}$
C. $\frac{187}{203}$
D. $\frac{50}{203}$

Câu 11. Cho dãy(u_n) xác định bởi công thức truy hồi:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$. Hỏi số 33 là số hạng thứ mấy?

A. u_{15}
B. u_{17}
C. u_{14}
D. u_{16}

Câu 12. Tìm số hạng lớn nhất của dãy: $u_n = \frac{n}{n^2 + 100}; \forall n \in N^*$

A. $\frac{1}{20}$
B. $\frac{1}{30}$
C. $\frac{1}{25}$
D. $\frac{1}{21}$

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n).

Tìm u_1 và công sai d; biết $S_n = 2n^2 - 3n$

A. $u_1 = -1; d = 4$ B. $u_1 = 1; d = 3$

C. $u_1 = 2; d = 2$ D. $u_1 = -1; d = -4$

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 5; u_5 = 405$ và tổng $S_n = 1820$. Tìm n

A. $n = 9$ B. $n = 8$

C. $n = 6$ D. $n = 7$

Câu 15. Tìm giới hạn của dãy: $U_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n}; n \in N^*$

A. 2 B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{2}$ D. không có giới hạn

Câu 16. Tính giới hạn: $\lim\left(\sqrt{n^2 - 4n} - n\right)$

A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

Câu 17. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ (x tính bằng radian)

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 1

Câu 18. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1}$

A. $-\frac{5}{2}$ B. $-\frac{5}{8}$ C. $-\frac{7}{8}$ D. $-\frac{7}{2}$

Câu 19. Tìm đạo hàm của hàm số: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{nếu } x \le 1 \\ 2x + 1 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$

A. $f'(1) = 2$ B. Không có

C. $f'(1) = 0$ D. $f'(1^+) = 2;\ f'(1-) = 0$

Câu 20. Tìm đạo hàm bên phải và bên trái của hàm số:

$f(x) = |x^2 - x|$ tại $x_0 = 1$

A. $f'(1^+) = 0; f'(1^-) = 0$ B. $f'(1^+) = 0; f'(1^-) = 1$

C. $f'(1^+) = f'(1^-) = 1$ D. $f'(1^+) = 1; f'(1^-) = -1$

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	B
2	B	12	A
3	C	13	A
4	D	14	C
5	B	15	B
6	A	16	D
7	A	17	B
8	A	18	C
9	B	19	A
10	D	20	D

ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Giải phương trình: $\tan^3 x + \frac{1}{\cos^2 x} - 3\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 4$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

Câu 2. Giải phương trình: $\cot\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in Z$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

Câu 3. Giải phương trình: $\cos x - \sin x = \sqrt{2}\sin 2x$

A. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi; k \in Z$

B. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi;\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}; k \in Z$

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi;\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}; k \in Z$

D. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi;\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}; k \in Z$

Câu 4. Giải phương trình: $\sin x + \sin x \cos x = 1 + \cos x + \cos^2 x$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$
B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$
C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$
D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; ...; 8; 9\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số biết rằng hai chữ số đứng kề nhau phải khác nhau.

A. 9^5
B. 9!
C. 9.8.7.6.5
D. $9^5 - 9.5$

Câu 6. Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Muốn thành lập một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất bốn nam. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 5.608.890
B. 763.806
C. 2.783.638
D. 412.803

Câu 7. Có 7 quả táo và 3 quả cam, chia làm hai phần có số lượng bằng nhau sao cho mỗi phần có ít nhất một quả cam. Hỏi có bao nhiêu cách chia?

A. 105
B. 210
C. 38
D. 76

Câu 8. Tìm hệ số của $x^{25}.y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$.

A. 455
B. 5005
C. 3003
D. 1365

Câu 9. Có 12 bóng đèn; trong đó có 8 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất một bóng tốt.

A. $\frac{28}{55}$
B. $\frac{1}{55}$
C. $\frac{54}{55}$
D. $\frac{42}{55}$

Câu 10. Gieo 2 con súc sắc một cách ngẫu nhiên, kết quả là cặp sắp thứ tự (x; y) các số chấm ở hai mặt trên. Gọi A là biến cố: y = 4" và B là biến cố: $4 \le x + y \le 7"$. Tính P(B/A)?

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 11. Tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy cho bởi công thức truy hồi sau đây:

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2}; \forall n \in N^* \end{cases}$$

A. $u_n = \dfrac{2n+1}{2^n}$ B. $u_n = \dfrac{2^{n-1}+1}{2^{n-1}}$

C. $u_n = \dfrac{2^n}{2^{n-1}}$ D. $u_n = \dfrac{2^n+1}{2^{n-1}}$

Câu 12. Dãy số (u_n) sau đây

$$\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n}; \forall n \in N^* \end{cases}$$ là dãy bị chặn trên bởi:

A. $u_n < 1$ B. $u_n < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. $u_n < \dfrac{3}{4}$ D. $u_n < \dfrac{4}{5}$

Câu 13. Một cấp số cộng có $u_1 = 5$; $u_{12} = 38$. Tìm u_{10}?

A. $u_{10} = 24$ B. $u_{10} = 32$

C. $u_{10} = 35$ D. $u_{10} = 30$

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n); biết $u_{11} = 25$; $u_{15} = 400$. Tìm u_{13}?

A. $u_{13} = 105$ B. $u_{13} = 100$

C. $u_{13} = 95$ D. $u_{13} = 115$

Câu 15. Tìm giới hạn của hàm số: $f(x) = \dfrac{|x^2 - 4|}{x-2}$, khi $x \to 2$

A. Không có giới hạn B. 4

C. -4 D. 0

Câu 16. Tính giới hạn: $\lim \dfrac{1-\sqrt{2}.n}{\sqrt{3}+n}$

A. $-\sqrt{2}$ B. 0

C. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 17. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$

A. 0 B. 1 C. ∞ D. 2

Câu 18. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{x-5}{\sqrt{x-1}-2}$

A. 4 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 19. Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm x_0.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{nếu } x>1\\ \dfrac{1}{4} & \text{nếu } x=1\\ \dfrac{x^2-1}{x^2+6x-7} & \text{nếu } x<1;\ x_0=0;\ x_0=1\end{cases}$$

A. Liên tục tại $x_0 = 0$ và không liên tục tại $x_0 = 1$

B. Liên tục tại $x_0 = 0$ và liên tục tại $x_0 = 1$

C. Không liên tục tại $x_0 = 0$ và $x_0 = 1$

D. Không liên tục tại $x_0 = 0$ và liên tục tại $x_0 = 1$

Câu 20. Tìm đạo hàm của hàm số: $f(x)=\begin{cases}x+1 & x<0\\ x^2+1 & x\ge 0\end{cases}$ tại $x_0 = 0$

A. Không có B. $f'(0) = 0$

C. $f'(0) = 1$ D. $f'(0^+) = 0;\ f'(0-) = 1$

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	B
2	A	12	A
3	C	13	B
4	A	14	B
5	A	15	C
6	A	16	A
7	A	17	A
8	C	18	A
9	C	19	B
10	A	20	B

ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Giải phương trình: $\cos x + \cos\frac{x}{2} + 1 = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2};\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$

D. $x = \pi + k2\pi;\ x = \pm\frac{4\pi}{3} + k4\pi; k \in Z$

Câu 2. Giải phương trình: $\sin x + \cos x = 1 - \sin 2x$

A. $x = k2\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

B. $x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$

C. $x = k2\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$

D. $x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

Câu 3. Giải phương trình: $\sin x - \cos x + 2\sin 2x + 1 = 0$

A. $x = k\pi;\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$

B. $x = k2\pi;\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$

C. $x = k2\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

D. $x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in Z$

Câu 4. Giải phương trình: $1 + 2\sin x \cos 2x = \sin x + 2\cos 2x$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in Z$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in Z$

Câu 5. Có 6 người muốn lên toà nhà 5 tầng. Hỏi có bao nhiêu cách.

A. 6^5 B. 5^6 C. 6! 5 D. 5! 6

Câu 6. Bình có 7 cuốn truyện khác nhau, An có 9 cuốn truyện khác nhau. Bình và An cho nhau mượn 5 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. 2646 B. 147 C. 5040 D.4920

Câu 7. Lớp $11A_1$ có 45 học sinh. Có bao nhiêu cách phân công nhóm hai người trực nhật một ngày, trong đó có một nhóm trưởng.

A. 1980 B. 990 C. 2025 D. 1936

Câu 8. Có 6 viên bi gồm 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên xanh?

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{15}$

Câu 9. Tổng các hệ số của khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ bằng 1024.

Tìm hệ số của x^5 trong khai triển:

A. 165 B. 252 C. 792 D. 210

Câu 10. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lập các số có hai chữ số khác nhau được lấy từ tập A. Lấy ngẫu nhiên một số trong các số đó. Tính xác suất lấy được một số chia hết cho 9.

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 11. Dãy số (u_n) xác định bởi:

$\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{2+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}; \forall n \in N^*$ là dãy bị chặn trên và bị chặn dưới như sau.

A. $1 \le u_n < \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ B. $\sqrt{2} \le u_n < \frac{3}{2}$

C. $\sqrt{2} \le u_n < 2$ D. $\sqrt{2} \le u_n < \frac{5}{3}$.

Câu 12. Một cấp số cộng thoả mãn các điều kiện: $u_3 + u_5 = 5$ và $u_3.u_5 = 6$. Tính u_1

A. $u_1 = 1$ hoặc $u_1 = 4$ B. $u_1 = 1$ hoặc $u_1 = 3$

C. $u_1 = 2$ hoặc $u_1 = 3$ D. $u_1 = 1$ hoặc $u_1 = -4$

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của x để $1 + \sin x$; $\sin^2 x$; $1 + \sin 3x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \in Z$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in Z$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in Z$

D. $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi; n = -\frac{\pi}{6} + k.\frac{2\pi}{3}; k \in Z$

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n); biết $u_1 + u_2 + u$ $+ u_3 = 26$.

Tìm u_1 và q.

A. $u_1 = 2$; $q = 5$ hoặc $u_1 = 25$; $q = \frac{1}{5}$

B. $u_1 = 1;\ q = 5$ hoặc $u_1 = 25;\ q = \frac{1}{5}$

C. $u_1 = 5;\ q = 1$ hoặc $u_1 = 25;\ q = \frac{1}{5}$

D. $u_1 = 25;\ q = 5$ hoặc $u_1 = 1;\ q = \frac{1}{5}$

âu 15. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$

A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

âu 16. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+1}}{x}$

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 1 D. 0

âu 17. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}$

A. 2 B. 1 C. ∞ D. 0

âu 18. Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to0} \frac{1-\cos 3x}{1-\cos x}$ (x tính bằng radian)

A. 3 B. 4 C. 9 D. 1

âu 19. Tính giá trị của đạo hàm của hàm số f(x) tại $x_0 = 1$.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{2x}{x+1}$$

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

âu 20. Tính đạo hàm của hàm số: $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$

A. $\frac{2}{(\sin x \; [\text{illegible}]}$ B. $\frac{2(\sin x - \cos x)}{(\sin x + \cos x)^2}$

C. $\frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2}$ D. $\frac{\sin 2x}{(\sin x + \cos x)^2}$

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	11	C
2	C	12	A
3	B	13	D
4	B	14	C
5	A	15	C
6	A	16	B
7	A	17	B
8	B	18	C
9	D	19	C
10	B	20	C

MỤC LỤC

Lời nói đầu 3

Chương I: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác

§1. Các hàm số lượng giác 5

§2. Phương trình lượng giác cơ bản 14

Luyện tập 24

§3. Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản 28

Luyện tập 36

Chương II: Tổ hợp và xác suất

A. Tổ hợp

§1. Hai quy tắc đếm cơ bản 41

§2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp 45

§3. Nhị thức Niu-tơn 53

Luyện tập 57

B. Xác suất

§4. Biến cố và xác suất của biến cố 60

§5. Các quy tắc tính xác suất 66

§6. Biến cố ngẫu nhiên rời rạc 73

Luyện tập 81

Chương III: Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân

§1. Phương pháp quy nạp toán học 85

Bài tập 89

§2. Dãy số 93

§3. Cấp số cộng 101

Bài tập 105

§4. Cấp số nhân 109

Ôn tập chương III. Bài tập luyện tập 114

Kiểm tra chương III 119

Chương IV: Giới hạn

A. Giới hạn dãy số

§1 Dãy số có giới hạn 0 121

§2. Dãy số có giới hạn hữu hạn 124

§3. Dãy số có giới hạn vô cực 127

Bài tập 131

B. Giới hạn hàm số. Hàm số liên tục

§4. Định nghĩa và một số định lí về giới hạn của hàm số 134

§5. Giới hạn một bên 138

§6. Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực 141

§7. Các dạng vô định 144

Bài tập 147

§8. Hàm số liên tục 152
Bài tập 156
Ôn tập chương IV 158
Giới thiệu đề kiểm tra chương IV 162

Chương V: Đạo hàm

§1. Khái niệm đạo hàm 165
Bài tập 170
§2. Các quy tắc tính đạo hàm 174
§3. Đạo hàm các hàm số lượng giác 179
Bài tập 184
§4. Vi phân 188
§5. Đạo hàm cấp cao 191
Ôn tập chương V 194
Giới thiệu một số đề trắc nghiệm dùng để kiểm tra cuối năm 197